سلسلة

كنزي

في

الجبر

الفصل الدراسي الثاني

إعداد الأستاذ

أحمد عمر

معلم أول رياضيات

01023636682

3

[1] حل معادلتين خطيتين في متغيرين بيانياً وجبرياً

أولاً بيانياً :

مثال : أوجد مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين بيانياً :

ل١ : ص = ٢ س − ٣ ، ل٢ : س + ٢ ص = ٤

الحل

ل١ : ص = ٢ س − ٣

نبدأ ←

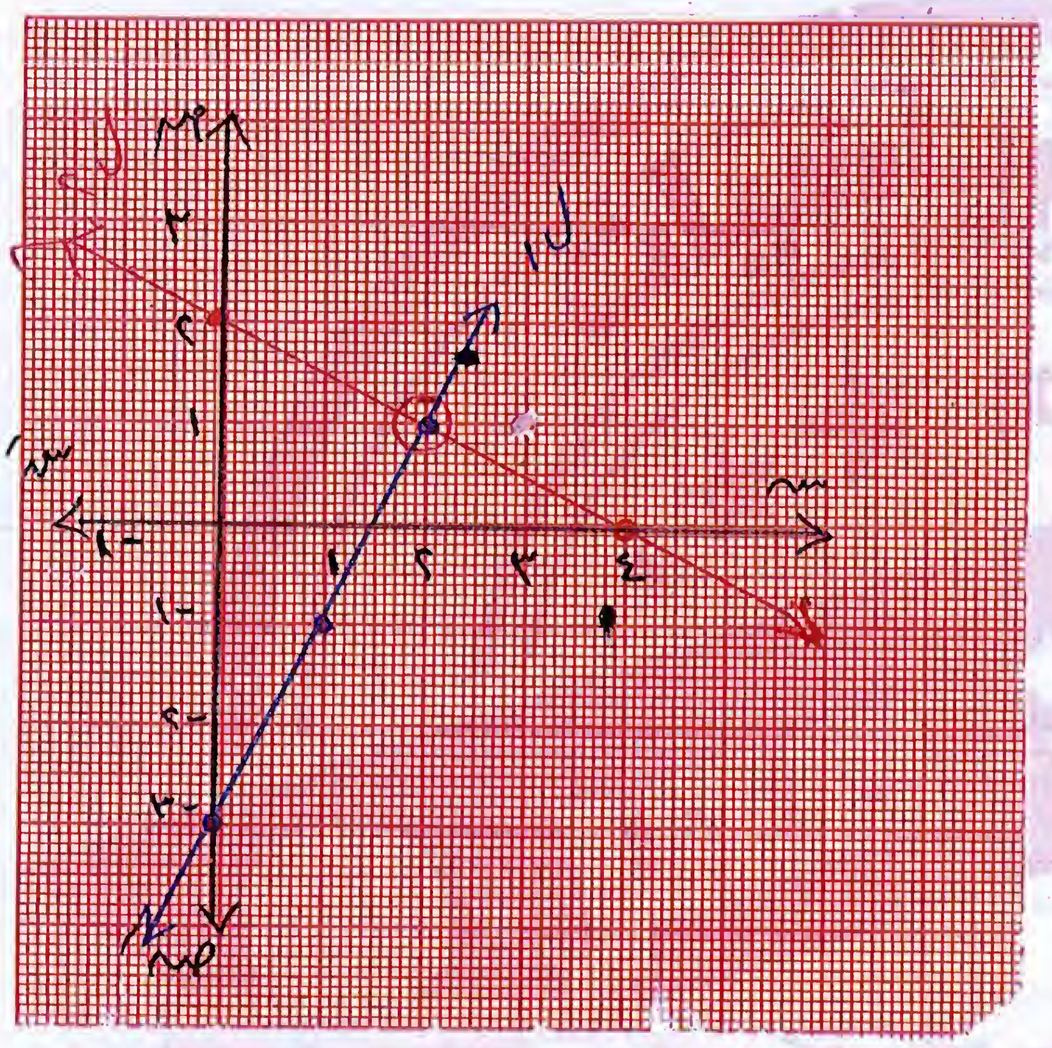
س	٠	١	٢
ص	−٣	−١	١

ل٢ : س + ٢ ص = ٤

س = −٢ ص + ٤

س	٤	٢	٠
ص	٠	١	٢

نبدأ ←



ل١ ∩ ل٢ = {(٤ ، ٢)}

∴ م.ح = {(٤ ، ٢)}

لا يجاد عدد الحلول "بدون الحل بيانياً أو جبرياً" نضع المعادلتين على الصورة

أ س + ب ص = جـ

في المثال السابق

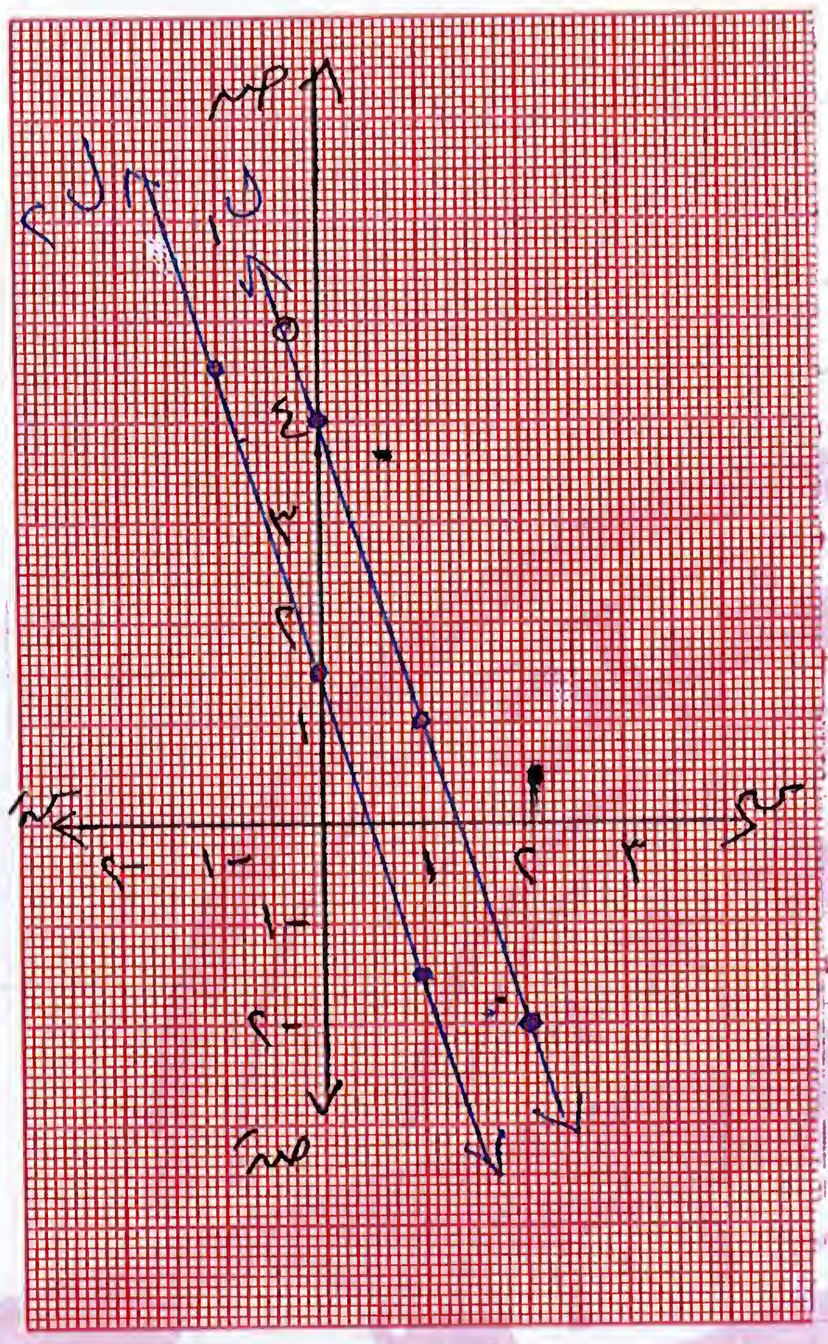
−٢ س + ص = −٣ ، س + ٢ ص = ٤

$\frac{أ_1}{أ_2} = \frac{-٢}{١} = -٢$ ، $\frac{ب_1}{ب_2} = \frac{١}{٢}$ ،

$\frac{أ_1}{أ_2} \neq \frac{ب_1}{ب_2}$ ∴ المستقيمان متقاطعان

∴ عدد الحلول = ١

مثال ٥ / ل١ : ٣س + ص = ٤ ، ل٢ : ٢ص + ٦س = ٣



الحل ←

ل١ : ٣س + ص = ٤

ص = -٣س + ٤

س	٠	١	٢
ص	٤	١	-٢

ل٢ : ٢ص + ٦س = ٣

٢ص = -٦س + ٣

ص = -٣س + ٣/٢ ÷ ٢

س	٠	١	-١
ص	١,٥	-١,٥	٤,٥

ل١ // ل٢ ← ل١ ∩ ل٢ = ∅

∴ ∅ = ٢.٣٠

* لإيجاد عدد الحلول

كما سيعرض المثال السابق

٣س + ص = ٤ ، ٦س + ٢ص = ٣

$\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٦} = \frac{١م}{٢م}$ ، $\frac{١}{٢} = \frac{١ن}{٢ن}$ ، $\frac{٤}{٣} = \frac{١ه}{٢ه}$

$\therefore \frac{١م}{٢م} = \frac{١ن}{٢ن} \neq \frac{١ه}{٢ه}$

∴ المستقيمان متوازيان وغير متقاطعان

∴ عدد الحلول = صفر

مثال ③ أوجد بيانياً مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين

ل١ : ٣ س + ٢ ص = ٦ ، ل٢ : ص = ٣ - $\frac{٣}{٤}$ س

الحل

ل١ : ٢ ص = - ٣ س + ٦ ÷ ٢

ص = - $\frac{٣}{٢}$ س + ٣

س	٠	١	٢
ص	٣	١,٥	٠

ل٢ : ص = ٣ - $\frac{٣}{٤}$ س

وهي نفس المعادلة ①

والشكل البياني الموضح يبين أن المعادلتين

متطابقتين

∴ م.ح = {(س ، ص) : (س ، ص) ∈ ح ، ص = ٣ - $\frac{٣}{٤}$ س} = ح

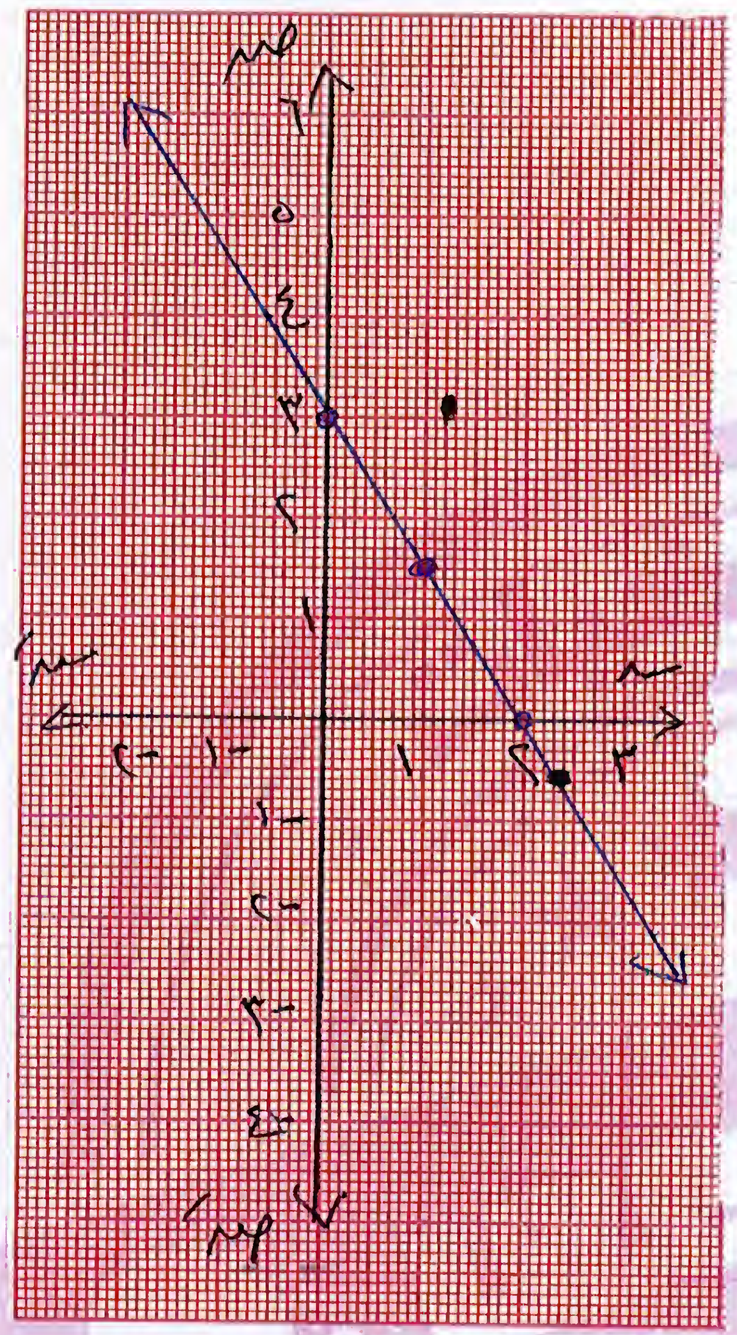
لإيجاد عدد الحلول:

٣ س + ٢ ص = ٦ ، ص = - $\frac{٣}{٤}$ س + ٣

$\frac{٣}{٦}$ = $\frac{٣}{٣ \frac{١}{٢}}$ = $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٣}$ = ١

∴ $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٣}{٤}$ ∴ المستقيمان متوازيان ومنطبقان

∴ عدد الحلول = عدد لانهائي من الحلول



ثانياً: حل معادلات الدرجة الأولى في متغيرين جبرياً

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلتين: $2س - ص = 3$ ، $س + 2ص = 4$

الحل

باستخدام طريقة الحذف

$2س - ص = 3$ ... ①

$س + 2ص = 4$ ... ②

نقوم بحذف المتغير ص وذلك بضرب المعادلة ① × 2

$\Leftarrow 4س - 2ص = 6$

$س + 2ص = 4$

بالجمع

$5س = 10 \div 5$

$س = 2$ بالتعويض في ②

$2 + 2ص = 4$

$2ص = 2 \div 2$

$ص = 1$ ∴

مج = {(2، 1)}

باستخدام طريقة التعويض:

من المعادلة ① $ص = 2س - 3$ ...①

$س + 2ص = 4$ ...②

بالتعويض من ① في ②

$س + 2(2س - 3) = 4$

$س + 4س - 6 = 4$

$5س = 10 \div 5$

$س = 2$ بالتعويض في ①

$ص = 2 \times 2 - 3 = 1$

∴ مج = {(2، 1)}

أوجد قيمتي ﺃ، ﺏ علماً بأن (-٢، ٣) حل للمعادلتين
٣ﺃ - ٢ﺏ + ٥ = ٠ ، ٢ﺃ + ٣ﺏ + ٧ = ٠

الحل

∵ (-٢، ٣) حل للمعادلتين ∴ تحقق كل من المعادلتين

∴ -٦ﺃ + ٣ﺏ + ٩ = ٠ ⇐ -٦ﺃ + ٣ﺏ = -٩ ... ③ ÷ ٣

-٢ﺃ + ﺏ = -٣ ... ①

٤ﺃ + ٣ﺏ + ٧ = ٠ ⇐ ٤ﺃ + ٣ﺏ = -٧ ... ②

بضرب ① × ٢

-٤ﺃ + ٢ﺏ = ٦ ∴

٤ﺃ + ٣ﺏ = -٧

بالجمع •

ﺏ = -١ بالتعويض في ①

-٢ﺃ - ١ = -٣

-٢ﺃ = -٢ ∴ ﺃ = ١

حل آخر :

-٢ﺃ + ﺏ = -٣ ... ①

ﺏ = ٢ﺃ - ٣

٤ﺃ + ٣ﺏ = -٧ ... ②

بالتعويض من ① في ②

٤ﺃ + ٣(٢ﺃ - ٣) = -٧

٤ﺃ + ٦ﺃ - ٩ = -٧

١٠ﺃ = ٢ ∴ ﺃ = ١

بالتعويض في ①

ﺏ = ٢ - ٣ = -١

تطبيقات على حل معادلتين في مجهولين

في متغيرين

عددان نسبيان مجموعهما ٦٣ والفرق بينهما ١١ أوجد العددين

الحل

نفرض أن العددين س ، ص ⇐ س + ص = ٦٣ ، س - ص = ١١

∴ س + ص = ٦٣

س - ص = ١١ (بالجمع)

٢ س = ٧٤ ÷ ٢

س = ٣٧ (بالتعويض في ١)

٣٧ + ص = ٦٣

∴ ص = ٢٦

∴ العددين هما ٢٦ ، ٣٧

عددان صحيحان مجموعهما ٥٤ ، ضعف العدد الأول يساوي العدد الثاني أوجد العددين

الحل نفرض أن العددين س ، ص

∴ س + ص = ٥٤ ... ①

ص = ٢ س ... ② (بالتعويض من ② في ①)

∴ س + ٢ س = ٥٤

٣ س = ٥٤ ÷ ٣

∴ س = ١٨ (بالتعويض في ②)

∴ ص = ٢ × ١٨ = ٣٦

∴ العددان هما ١٨ ، ٣٦

نلاحظ في المثال ① يكون الأسهل استخدام طريقة الحذف

ونلاحظ في المثال ② تكون طريقة التعويض هي الأسهل

عددان إذا أضيف ثلاثة أمثال العدد الأول إلى ضعف العدد الثاني كان الناتج ٢ وإذا أضيف العدد الأول إلى ثلاثة أمثال العدد الثاني كان الناتج ١٠ فما العددان

الحل نفرض أن العدد الأول هو س والعدد الثاني هو ص

$$س + ٣ص = ٢ \quad \cdots (١)$$

$$٣س + ص = ١٠ \quad \cdots (٢) \times -٣$$

$$س + ٣ص = ٢$$

$$-٩س - ٣ص = -٣٠$$

بالجمع

$$-٨س = -٢٨$$

$$÷ -٨ \quad س = ٣$$

بالتعويض في (١)

$$٣ + ٣ص = ٢$$

$$٣ص = -١$$

$$ص = -\frac{١}{٣}$$

العددان هما ٣ ، $-\frac{١}{٣}$

مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ سم أوجد مساحة المستطيل

الحل نفرض أن طول المستطيل = س وعرضه = ص

الطول يزيد عن العرض بمقدار ٤

$$س - ص = ٤ \quad \cdots (١)$$

$$س + ص = ١٤ \quad \cdots (٢)$$

بالجمع

$$٢س = ١٨$$

$$÷ ٢ \quad س = ٩$$

بالتعويض في (٢)

$$٩ + ص = ١٤$$

$$ص = ٥$$

محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض)

∴ مساحة المستطيل = $٩ \times ٥ = ٤٥$ سم^٢

إذا كان ضعف عدد الطالبات من إحدى المدارس يزيد عن عدد الطلبة بمقدار ٥٠ وكان ثلاثة أمثال عدد الطالبات يقل عن ضعف عدد الطلبة بمقدار ٥٠ أوجد عدد كل من الطلبة والطالبات

الحل

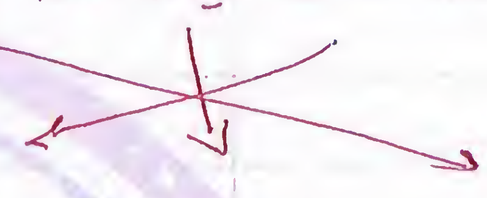
نفرض أن عدد الطلبة = س وعدد الطالبات = ص

ضعف عدد الطالبات يزيد عن عدد الطلبة بمقدار ٥٠

٢ ص − س = ٥٠ ... ①

ثلاثة أمثال عدد الطالبات يقل عن ضعف عدد الطلبة بمقدار ٥٠

٣ ص − ٢ س = ٥٠ ... ②



بالضرب في ② × ٢

٦ ص − ٤ س = ١٠٠

٢ ص − ٣ س = ٥٠

بالجمع

ص = ١٥٠

٢ س − ٤٥٠ = ٥٠

٢ س = ٥٠٠

س = ٢٥٠

عدد الطلبة = ٢٥٠ ، عدد الطالبات = ١٥٠

تذكر

① الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموعهما = ٩٠°

② الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموعهما = ١٨٠°

③ إذا كان العدد س ⇐ ضعف العدد = ٢ س

④ إذا كان العدد س ⇐ ثلاثة أمثال العدد = ٣ س

⑤ إذا كان عمر الأم س سنة فإن عمرها منذ خمس سنوات س − ٥

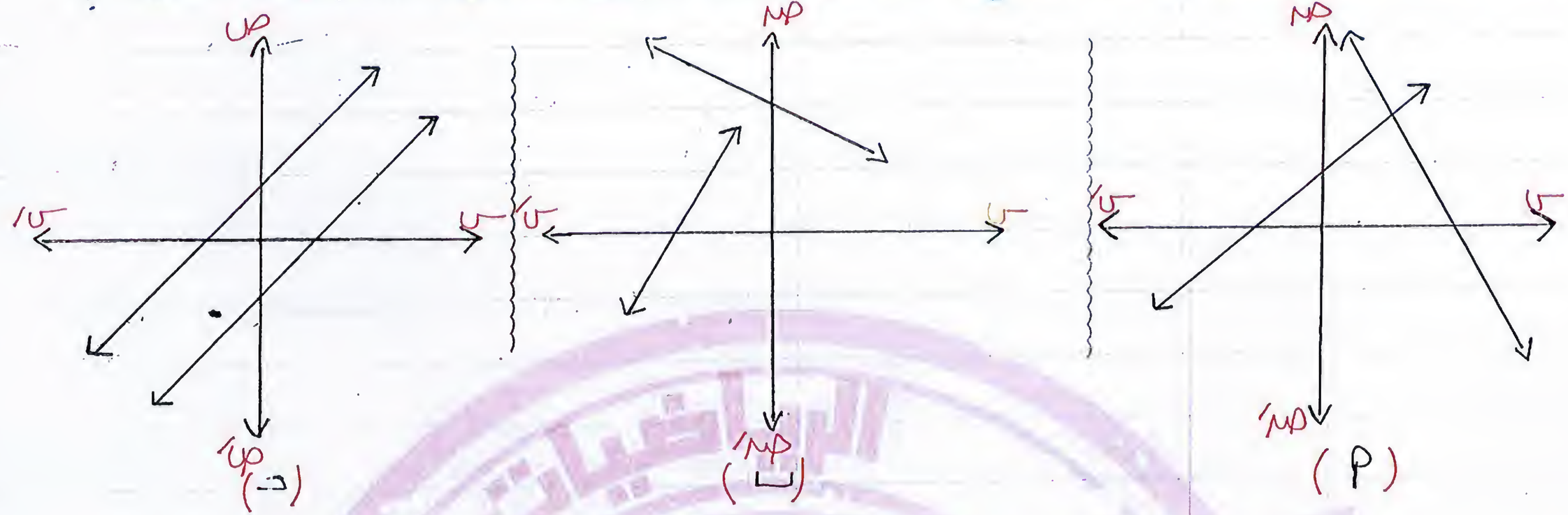
⑥ إذا كان عمر كنزي الأم س سنة فإنها تخرجها بعد خمس سنوات س + ٥

الرياضيات

بسم الله الرحمن الرحيم

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :-

١- اى من الاشكال الاتية يمثل معادلتين من الدرجة الاولى مجموعة حلهما المجموعة الخالية ؟



٢- نقطة تقاطع المستقيمين ص = ٢ ، س + ص = ٦ هى

[(أ) (٢ ، ٦) (ب) (٤ ، ٢) (جـ) (٤ ، ٤) (د) (٢ ، ٤)]

٣- اذا كان للمعادلتين س + ٤ص = ٧ ، ٣س + كص = ١٢ عدد لانهائى من الحلول فان ك =

[(أ) ٤ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ٢١]

٤- اذا كان س٢ - ص٢ = ٢ (س + ص) حيث (س + ص) ≠ صفر فان س - ص =

[(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨]

٥- مجموعة حل المعادلتين : س - ٢ص = ١ ، ٣س + ص = -١٠ هى

[(أ) {(-٥ ، ٢)} (ب) {(٣ ، ٢)} (جـ) {(٤ ، ٣)} (د) {(٣ ، ١)}]

٦- مجموعة حل المعادلتين س + ص = صفر ، س - ٥ = صفر فى ح × ح هى

[(أ) {(٠ ، ٥)} (ب) {(٥)} (جـ) {(٥ ، -٥)} (د) {(٥ ، ٥)}]

الأستاذ / أحمد عمر
أ / أحمد عمر
(يا رياضيات)

٦- إذا كان $\frac{س^{٢}-٤}{س-٢}$ متصلة عند $س=٢$ فإن $ق(٢)=$

[(أ) ٤ (ب) ٢ (ج) صفر (د) غير ذلك]

٧- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س+٢ & ، س<٣ \\ ٥ & ، س=٣ \\ ٢س-١ & ، س>٣ \end{cases}$ فإن $ق$ غير متصلة عند $س=$

[(أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ٢ (د) ١]

٨- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]

٩- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ب & ، س=٢ \\ ٣س-٢ & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

١٠- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<١ \\ ٣ & ، س=١ \\ ب-س & ، س>١ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=١$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

١١- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]

١٢- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ب & ، س=٢ \\ ٣س-٢ & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

١٣- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<١ \\ ٣ & ، س=١ \\ ب-س & ، س>١ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=١$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

١٤- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]

١٥- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ب & ، س=٢ \\ ٣س-٢ & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

١٦- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<١ \\ ٣ & ، س=١ \\ ب-س & ، س>١ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=١$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

١٧- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]

١٨- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ب & ، س=٢ \\ ٣س-٢ & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

١٩- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<١ \\ ٣ & ، س=١ \\ ب-س & ، س>١ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=١$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٢٠- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]

٢١- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ب & ، س=٢ \\ ٣س-٢ & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٢٢- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<١ \\ ٣ & ، س=١ \\ ب-س & ، س>١ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=١$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٢٣- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]

٢٤- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ب & ، س=٢ \\ ٣س-٢ & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٢٥- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<١ \\ ٣ & ، س=١ \\ ب-س & ، س>١ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=١$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٢٦- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]

٢٧- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ب & ، س=٢ \\ ٣س-٢ & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٢٨- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<١ \\ ٣ & ، س=١ \\ ب-س & ، س>١ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=١$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٢٩- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]

٣٠- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ب & ، س=٢ \\ ٣س-٢ & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٣١- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<١ \\ ٣ & ، س=١ \\ ب-س & ، س>١ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=١$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٣٢- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]

٣٣- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ب & ، س=٢ \\ ٣س-٢ & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٣٤- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<١ \\ ٣ & ، س=١ \\ ب-س & ، س>١ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=١$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٣٥- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]

٣٦- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ب & ، س=٢ \\ ٣س-٢ & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٣٧- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<١ \\ ٣ & ، س=١ \\ ب-س & ، س>١ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=١$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٣٨- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]

٣٩- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ب & ، س=٢ \\ ٣س-٢ & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٤٠- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<١ \\ ٣ & ، س=١ \\ ب-س & ، س>١ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=١$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٤١- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]

٤٢- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ب & ، س=٢ \\ ٣س-٢ & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٤٣- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<١ \\ ٣ & ، س=١ \\ ب-س & ، س>١ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=١$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٤٤- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]

٤٥- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ب & ، س=٢ \\ ٣س-٢ & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٤٦- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<١ \\ ٣ & ، س=١ \\ ب-س & ، س>١ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=١$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٤٧- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]

٤٨- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ب & ، س=٢ \\ ٣س-٢ & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

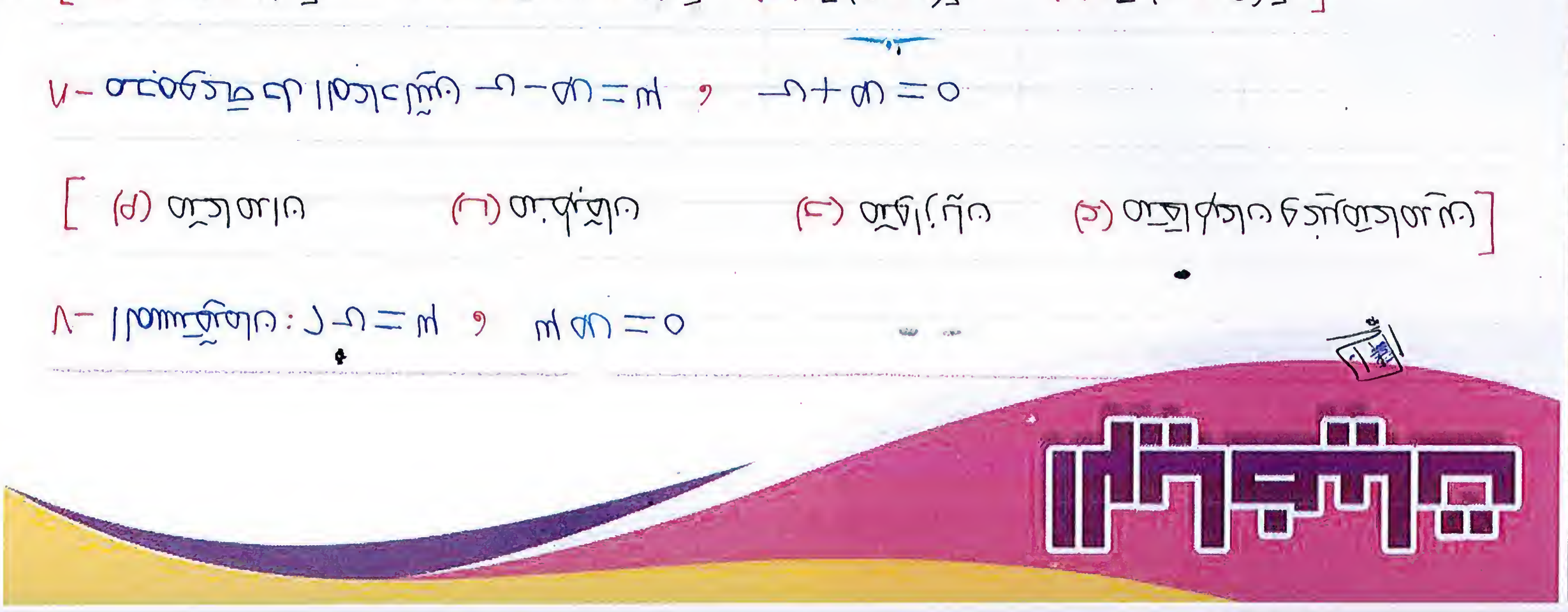
[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٤٩- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<١ \\ ٣ & ، س=١ \\ ب-س & ، س>١ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=١$ حيث

[(أ) $أ=٢$ ، $ب=٤$ (ب) $أ=٤$ ، $ب=٤$ (ج) $أ=٤$ ، $ب=٢$ (د) $أ=٢$ ، $ب=٢$]

٥٠- إذا كان $ق(س)=\begin{cases} س^{٢}+أ & ، س<٢ \\ ٣ & ، س=٢ \\ ٢س+ب & ، س>٢ \end{cases}$ فإن $ق$ متصلة عند $س=٢$ حيث

[(أ) $أ=-١$ ، $ب=-١$ (ب) $أ=١$ ، $ب=-١$ (ج) $أ=-١$ ، $ب=١$ (د) $أ=١$ ، $ب=١$]



١٥- المستطيل الذى طول ضعف عرضه ومحيطه ١٨ سم يكون عرضه مساويًا ..... سم.

[(أ) ٩ (ب) ٦ (جـ) ٤ ١/٢ (د) ٣]

أسئلة وردت بالاعوام السابقة على الدرس الاول

١٦- مجموعة حل المعادلتين س + ص = ٠ ، ص = ١ معًا هى

[(أ) (-١ ، ١) (ب) {(-١ ، ١)} (جـ) (١ ، -١) (د) {(١ ، -١)}]

١٧- نقطة تقاطع المستقيمين ص = ٣ ، س - ٥ = صفر هى

[(أ) (٣ ، ٥) (ب) {(-٥ ، ٣)} (جـ) (-٣ ، ٥) (د) {(٥ ، ٣)}]

١٨- اذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين: س + ٢ص = ٤ ، ٢س - ك ص = ١ متوازيين فان ك =

[(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) ٢ (د) -٢]

١٩- اذا كان للمعادلتين س + ك ص = ٦ ، ٥ س - ص = ٣٠ عدد لانهائى من الحلول فى ح × ح فان ك =

[(أ) ٥ (ب) -٥ (جـ) ١/٥ (د) -١/٥]

٢٠- المستقيمان ٣س = ٧ ، ٢ص = ٩

[(أ) متوازيان (ب) منطبقان (جـ) متقاطعان وغير متعامدين (د) متعامدان]

٢١- عدد حلول المعادلتين: س - ١/٢ ص = ٤ ، ٢س - ص = ٢ فى ح^٢ هو

[(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) عدد لانهائى (د) صفر]

١٣

٢٢- مجموعة حل المعادلتين ص = ٥ ، س = ٢ هى

[(أ) (٥ ، ٢) (ب) (٢ ، ٥) (جـ) {(٢ ، ٥)} (د) {(٥ ، ٢)}]

٢٣- إذا كان (١ ، ٢) أحد حلول المعادلة ٢ س + أ ص = ٦ فإن أ =

[(أ) ٢ (ب) -٢ (جـ) ٤ (د) ٦]

٢٤- نقطة تقاطع المستقيمين ٢ س + ص = ٣ ، س - ٢ ص = ٤ تقع فى الربع

[(أ) الاول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع]

٢٥- العدد الذى رقم آحاده س ورقم عشراته ص تكون قيمته

[(أ) س ص (ب) س + ١٠ ص (جـ) ص + ١٠ س (د) س + ص]

٢٦- اذا كانت المعادلتان س - ص = ٤ ، ص - س = ك لهما عدد لا نهائى من الحلول فإن ك =

[(أ) صفر (ب) ٤ (جـ) -٤ (د) ١]

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا وجبريًا

اوجد جبريًا مجموعة حل المعادلتين في ح × ح

١) ص = س + ٤ ، ٢ س + ص = ٤

الحل

ص = س + ٤ ... ①

٢ س + ص = ٤ ... ②

بالتعويض من ① في ②

٢ س + س + ٤ = ٤

٣ س + ٤ = ٤

٣ س = ٤ - ٤ = ٠

س = ٠ ((بطريقة التعويض))

بالتعويض في ①

ص = ٠ + ٤

ص = ٤

م٠ ح = {(٠ ، ٤)}

((بطريقة الحذف))

ص = س + ٤ ، ٢ س + ص = ٤

ص - س = ٤ ... ①

٢ س + ص = ٤ ... ②

بالطرح

٢ ص = ٨ ÷ ٢

ص = ٤

بالتعويض في ①

٤ - س = ٤

- س = ٤ - ٤ = صفر

س = صفر

م٠ ح = {(٠ ، ٤)}

٢) ٣ س - ص + ٤ = ٠ ، ص = ٢ س + ٣

الحل

ص = ٢ س + ٣ ... ①

٣ س - ص + ٤ = ٠ ... ②

بالتعويض من ① في ②

٣ س - (٢ س + ٣) + ٤ = ٠

٣ س - ٢ س - ٣ + ٤ = ٠

س + ١ = ٠ ((بطريقة التعويض))

س = - ١

بالتعويض في ①

ص = ٢ × - ١ + ٣

ص = ١

م٠ ح = {(- ١ ، ١)}

((بطريقة الحذف))

٣ س - ص + ٤ = ٠ ، ص = ٢ س + ٣

٣ س - ص = - ٤ ... ①

ص - ٢ س = ٣ ... ②

بالجمع

س = - ١

بالتعويض في ①

٣ × - ١ - ص = - ٤

- ٣ - ص = - ٤

- ص = - ٤ + ٣ = - ١

ص = ١

م٠ ح = {(- ١ ، ١)}

Math
الأستاذ / أحمد علم

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا وجبريًا

أوجد جبريًا مجموعة حل المعادلتين في ح × ح

[٣] ٢س + ص = ١ ، س + ٢ص = ٥

الحل

∴ ٢س + ص = ١ ، س + ٢ص = ٥

ص = ١ − ٢س ... ①

س + ٢ص = ٥ ... ②

بالتعويض في ① من ② في ②

س + ٢(١ − ٢س) = ٥

س + ٢ − ٤س = ٥

−٣س + ٢ = ٥ ((بطريقة التعويض))

−٣س = ٥ − ٢ = ٣

س = −١

بالتعويض في ①

٢ × −١ + ص = ١

ص = ١ + ٢ = ٣

م.ج = {(−١ ، ٣)}

٢س + ص = ١ ... ① بالضرب × −٢

س + ٢ص = ٥ ... ②

−٤س − ٢ص = −٢

بالجمع

−٣س = ٣

س = −١

بالتعويض في ① ((بطريقة الحذف))

٢ × −١ + ص = ١

−٢ + ص = ١

ص = ١ + ٢ = ٣

م.ج = {(−١ ، ٣)}

---

[٤] ٢س − ص = ٣ ، س + ٢ص = ٤

الحل

٢س − ص = ٣ ... ①

س = ٤ − ٢ص ... ②

بالتعويض من ② في ①

٢(٤ − ٢ص) − ص = ٣ ((طريقة التعويض))

٨ − ٤ص − ص = ٣

−٥ص = ٣ − ٨ = −٥

ص = ١

بالتعويض في ②

٢س − ١ = ٣

٢س = ٤

س = ٢

م.ج = {(٢ ، ١)}

((طريقة الحذف))

٢س − ص = ٣ ... ① بالضرب × ٢

س + ٢ص = ٤ ... ②

٤س − ٢ص = ٦

بالجمع

٥س = ١٠

س = ٢

بالتعويض في ١

٢ × ٢ − ص = ٣

ص = ٤ − ٣ = ١

م.ج = {(٢ ، ١)}

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا وجبريًا

٥ ٣س + ٤ص = ٢٤ ، س − ٢ص = ٤ − ٢

الحل

٣س + ٤ص = ٢٤ ... ①

س = −٢ + ٢ص ... ②

بالتعويض من ② في ①

٣(−٢ + ٢ص) + ٤ص = ٢٤

−٦ + ٦ص + ٤ص = ٢٤

١٠ص − ٦ = ٢٤

١٠ص = ٢٤ + ٦ = ٣٠ ÷ ١٠

ص = ٣

بالتعويض في ②

س = −٢ + ٢ × ٣

س = −٢ + ٦

س = ٤

م.ح = {(٤، ٣)}

((طريقة التعويض))

((طريقة الحذف))

س − ٢ص = −٢ ... ① بالضرب × −٣

٣س + ٤ص = ٢٤ ... ②

−٣س + ٦ص = ٦

بالجمع

١٠ص = ٣٠ ÷ ١٠

ص = ٣

بالتعويض في ①

س − ٢ × ٣ = −٢

س − ٦ = −٢

س = −٢ + ٦

س = ٤

م.ح = {(٤، ٣)}

((طريقة الحذف))

---

٥ س − ص = ٤ ، ٣س + ٢ص = ٧

الحل

س = ٤ + ص ... ①

٣س + ٢ص = ٧ ... ②

بالتعويض من ① في ②

٣(٤ + ص) + ٢ص = ٧

١٢ + ٣ص + ٢ص = ٧

٥ص + ١٢ = ٧

٥ص = ٧ − ١٢ = −٥

ص = −١ بالتعويض في ①

س = ٤ + (−١) س = ٣

م.ح = {(٣، −١)}

((طريقة التعويض))

((طريقة الحذف))

س − ص = ٤ ... ① بالضرب × ٢

٣س + ٢ص = ٧ ... ②

٢س − ٢ص = ٨

بالجمع

٥س = ١٥ ÷ ٥

س = ٣

بالتعويض في ①

٣ − ص = ٤

−ص = ١

ص = −١

م.ح = {(٣، −١)}

Math
الأستاذ/ أحمد عمر

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا وجبريًا

٧ $\frac{س}{٦} + \frac{ص}{٣} = \frac{١}{٣}$ ، $\frac{س}{٢} - \frac{٢ص}{٣} = ١$

الحل

بضرب المعادلتين × ٦

$\frac{٦س}{٦} + \frac{٦ص}{٣} = ٦ \times \frac{١}{٣}$ ، $\frac{٦س}{٢} - \frac{١٢ص}{٣} = ٦$

$س + ٢ص = ٢$ ، $٣س + ٤ص = ٦$

$س = ٢ - ٢ص$ ...①

$٣س + ٤ص = ٦$ ...②

بالتعويض من ① في ②

$٣(٢ - ٢ص) + ٤ص = ٦$

$٦ - ٦ص + ٤ص = ٦$

$-٢ص = ٦ - ٦$

$-٢ص = ٠$ ((طريقة التعويض))

$ص = ٠$

بالتعويض في ① $س = ٢ - ٢ \times ٠$

$س = ٢$ $م.ح = \{(٠، ٢)\}$

((طريقة الحذف))

بضرب المعادلتين × ٦

$\frac{٦س}{٦} + \frac{٦ص}{٣} = ٦ \times \frac{١}{٣}$ ، $\frac{٦س}{٢} - \frac{١٢ص}{٣} = ٦$

$س + ٢ص = ٢$ ...①

$٣س + ٤ص = ٦$ ...②

بالضرب × -٣

$-٣س - ٦ص = -٦$

بالجمع

$-٢ص = ٠$

$ص = ٠$

بالتعويض في ①

$س + ٢ \times ٠ = ٢$

$س = ٢$

$م.ح = \{(٠، ٢)\}$

٨ $س + ٢ص = ٨$ ، $٣س + ص = ٩$

$س = ٨ - ٢ص$ ...①

$٣س + ص = ٩$ ...②

بالتعويض من ① في ②

$٣(٨ - ٢ص) + ص = ٩$

$٢٤ - ٦ص + ص = ٩$

$٢٤ - ٥ص = ٩$ ((طريقة التعويض))

$-٥ص = ٩ - ٢٤ = -١٥$

$ص = ٣$

بالتعويض في ① $س = ٨ - ٢ \times ٣$

$س = ٢$ $م.ح = \{(٣، ٢)\}$

((بطريقة الحذف))

$س + ٢ص = ٨$ ...① بالضرب × -٣

$٣س + ص = ٩$ ...②

$-٣س - ٦ص = -٢٤$

بالجمع

$-٥ص = -١٥$ ÷ -٥

$ص = ٣$

بالتعويض في ①

$س + ٢ \times ٣ = ٦$

$س + ٦ = ٨$ $س = ٨ - ٦$

$س = ٢$ $م.ح = \{(٣، ٢)\}$

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيا وجبريا

٩ $س + ٤ص = ١١$ و $٢س + ص - ٤ = ٠$

$س + ٤ص = ١١$ ... ①

$ص = -٢س + ٤$ ... ②

بالتعويض من ② في ①

$س + ٤(-٢س + ٤) = ١١$

$س - ٨س + ١٦ = ١١$

$-٧س + ١٦ = ١١$

$-٧س = -٥$ ÷ -٧

$س = ١$

بالتعويض في ①

$١ + ٤ص = ١١$

$٤ص = ١١ - ١ = ١٠$ ÷ ٤

$ص = ٢$

$م = \{(١، ٢)\}$

((طريقة التعويض))

$٢س + ص = ٤$ ... ①

$س + ٤ص = ١١$ ... ②

بالطرح

$-٧س = -٧$

$س = ١$

بالتعويض في ①

$٢ + ص = ٤$

$ص = ٤ - ٢$

$ص = ٢$

$م = \{(١، ٢)\}$

((طريقة الحذف))

بالضرب × -٤

إذا كانت د $(س) = ب س^{٢} + ب$ وكانت د $(١) = ٥$ و د $(٢) = ١١$ فأوجد قيمتي ب، ب

د $(١) = ب + ب = ٥$ و د $(٢) = ٤ب + ب = ١١$

$-ب - ب = -٥$

$٤ب + ب = ١١$ ... ②

بالطرح

$٣ب = ٦$

$ب = ٢$ بالتعويض في ①

$٢ + ب = ٥$

$ب = ٣$

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا وجبريًا

مثال: إذا كان: (P ، ٢) حل للمعادلتين: ٣س - ص = ٥ ، س + ص = -١

فأوجد قيمتي P ، ٢

الحل: النقطة (P ، ٢) تحقق

٣P - ٢ = ٥ ... ①

P + ٢ = -١ ... ②

بالجمع

٤P = ٤ ÷ ٤

P = ١ (طريقة الحذف)

بالتعويض في ①

٣ × ١ - ٢ = ٥

٣ - ٢ = ٥

-٢ = ٥ - ٣ = ٢ ÷ -٢

٢ = -١

أوجد قيمة كل من P ، ٢ فيما يأتي:

P س + ٢ ص = ٥ ، ٣ س + ٢ ص = ١٧ علمًا بأن (٣ ، -١) حل المعادلتين

النقطة (٣ ، -١) تحقق

٣P - ٢ = ٥ ... ①

P + ٢ = ١٧ ... ②

بالطرح × -١

-P - ٢ = -١٢ ... ③

بالتعويض من ① في ③

٣P - ٢ = ٥ ... ④

بالتعويض من ③ في ④

٣(-١٢ - ٢) - ٢ = ٥

-٣٦ - ٦ - ٢ = ٥

-٨ = ٥ + ٣٦ = ٤١ ÷ -٨

٢ = -٥ (طريقة التعويض)

بالتعويض في ③

P = -١٢ - ٢ × -٥

P = ١٠ - ٢ = ٨

النقطة (٣ ، ١) تحقق

٣P - ٢ = ٥ ... ①

٩P - ٢ = ١٧ ... ②

بالطرح × -١

-٩P + ٢ = -١٧ ... ③

بالتعويض من ① في ③

-٩P + ٣P = -١٧ + ٥

-٦P = -١٢ ÷ -٦

P = ٢

بالتعويض في ①

٣ × ٢ - ٢ = ٥

٦ - ٢ = ٥

-٢ = ٥ - ٦ = -١ ÷ -٢

٢ = ١

بالجمع

٦P = ١٢ ÷ ٦

P = ٢ (طريقة الحذف)

بالتعويض في ① ٣ × ٢ - ٢ = ٥

٦ - ٢ = ٥

-٢ = ٥ - ٦ = -١ ÷ -٢

٢ = ١

النقطة (٣ ، ١) تحقق

٣P - ٢ = ٥ ... ①

٩P - ٢ = ١٧ ... ②

بالتعويض من ① في ②

١٧ = ٥ + ٣P - ٩P

١٧ = ٥ + ٦P

١٢ = ٦P ÷ ٦

P = ٢ (طريقة التعويض)

بالتعويض في ① ٢ = ٣ × ٢ - ٥

٢ = ١

١٩

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجة الاولى فى متغيرين

١ عددان نسبيان مجموعهما ٦٣ والفرق بينهما ١١ اوجد العددين

نفرض ان العددان النسبيان هما س ، ص

س + ص = ٦٣ ... ① ، س - ص = ١١

س - ص = ١١ ... ②

بالجمع

٢س = ٧٤ ÷ ٢

س = ٣٧ بالتعويض فى ①

∴ ٣٧ + ص = ٦٣

∴ ص = ٦٣ - ٣٧ = ٢٦

∴ العددان هما ٣٧ ، ٢٦

٢ عددان اذا أضيف ثلاثة امثال العدد الاول الى ضعف العدد الثانى كان الناتج ١٣ واذا أضيف العدد الاول الى ثلاثة أمثال العدد الثانى كان الناتج ١٦ فما العددان

نفرض ان العدد الاول س ، العدد الثانى ص

∴ ٣س + ٢ص = ١٣ ... ① ، س + ٣ص = ١٦ بالضرب × -٣

-٣س - ٩ص = -٤٨ ... ②

بالجمع

-٧ص = -٣٥ ÷ -٧

ص = ٥

بالتعويض فى ①

٣س + ٢ × ٥ = ١٣

∴ ٣س + ١٠ = ١٣

∴ ٣س = ١٣ - ١٠ = ٣ بالقسمة ÷ ٣

∴ س = ١

∴ العددان هما ٥ ، ١

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين

٣ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم ، فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ سم أوجد مساحة المستطيل

نفرض ان طول المستطيل س سم ، عرض المستطيل ص سم

∴ س − ص = ٤ ... ①

∴ محيط المستطيل = ٢ (س + ص) = ٢٨ ÷ ٢

∴ س + ص = ١٤ ... ②

س − ص = ٤ ... ①

بالجمع

٢س = ١٨

س = ٩ بالتعويض في ①

٩ − ص = ٤

∴ ص = ٥ ∴ مساحة المستطيل = س × ص

∴ مساحة المستطيل = ٩ × ٥ = ٤٥ سم٢

٤ إذا كان عدد الفرق الرياضية المشاركة في بطولة كأس الأمم الإفريقية ١٦ فريقًا ، وكان عدد الفرق غير العربية يزيد عن ثلاثة أمثال عدد الفرق العربية بمقدار ٤ أوجد عدد الفرق العربية المشاركة في البطولة

نفرض ان عدد الفرق العربية س ، عدد الفرق غير العربية ص

∴ س + ص = ١٦ ... ① ، ص − ٣س = ٤ ... ② بالضرب × −١

− ص + ٣س = −٤ ... ②

بالجمع

٤س = ١٢ ÷ ١٢

س = ٣

∴ عدد الفرق العربية المشاركة في البطولة = ٣

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين

٥ اذا كان ضعف عدد الطالبات فى احدى المدارس يزيد عن عدد الطلبه بمقدار ٥٠ وكان ثلاثة امثال عدد الطالبات يقل عن ضعف عدد الطلبه بمقدار ٥٠ أوجد عدد كل من الطلبه والطالبات

نفرض ان عدد الطالبات س ، عدد الطلبه ص

∴ ٢س - ص = ٥٠ ... ① ، ٢ص - ٣س = ٥٠ ... ②

∴ ٢ص - ٣س = ٥٠ ... ② ، ٢س - ص = ٥٠ ... ① بالضرب × ٢

٤س - ٢ص = ١٠٠ ... ③

بالجمع

س = ١٥٠ ∴ عدد الطالبات = ١٥٠

بالتعويض فى ①

∴ ٢ص - ٣ × ١٥٠ = ٥٠

∴ ٢ص = ٥٠ + ٤٥٠ = ٥٠٠ ÷ ٢

∴ ص = ٢٥٠ ∴ عدد الطلبه = ٢٥٠

---

٦ زاويتان متكاملتان ضعف قياس أحدهما يساوى ستة أمثال قياس الصغرى أوجد قياس كل زاويه

نفرض ان الزاويتان هما س ، ص ، الزاويه الكبرى س ، الزاويه الصغرى ص

∴ س + ص = ١٨٠ ... ① ، ٢س = ٧ص ... ②

∴ س + ص = ١٨٠ بالضرب × -٢

٢س - ٧ص = صفر

-٢س - ٢ص = -٣٦٠

بالجمع

-٩ص = -٣٦٠ بالقسمه ÷ -٩

ص = ٤٠ بالتعويض فى ①

س + ٤٠ = ١٨٠

س = ١٤٠

∴ الزاويتان هما ٤٠° ، ١٤٠°

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين

٧ زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠° أوجد قياس كل منهما

نفرض ان الزاويتان هما س ، ص

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

∴ مجموع الزاويتان الحادتان = ١٨٠ − ٩٠ = ٩٠°

∴ س + ص = ٩٠ ..... ① ، س − ص = ٥٠ ..... ②

∴ س − ص = ٥٠

بالجمع

٢س = ١٤٠ ÷ ٢

س = ٧٠° بالتعويض في ①

∴ ٧٠ + ص = ٩٠

∴ ص = ٩٠ − ٧٠ = ٢٠°

∴ قياس كل زاوية منهما ٧٠ ، ٢٠°

---

٨ زاويتان متتامتان ، قياس احداهما يزيد عن نصف قياس الاخرى بمقدار ١٨°
أوجد قياس كل منهما

نفرض ان قياس الزاويتان هما س ، ص

∴ س + ص = ٩٠ ..... ① ، ٣س − ص/٢ = ١٨ بالضرب × ٢

∴ ٦س − ص = ٣٦

بالجمع

٧س = ١٢٦ ÷ ٧

س = ١٨ بالتعويض في ①

∴ ١٨ + ص = ٩٠

∴ ص = ٩٠ − ١٨ = ٧٢°

∴ ص = ٧٢°

∴ قياس كل منهما = ١٨ ، ٧٢°

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين

٩ عدد مكون من رقمين مجموعهما ١١ واذا عكس وضع الرقمين فإن العدد الناتج يزيد عن العدد الأصلى بمقدار ٢٧ فما العدد الأصلى

نفرض ان عدد الاحاد هو س ، عدد العشرات هو ص

∴ س + ص = ١١ ---①

∴ العدد الأصلى = س + ١٠ص

اذ اعكس وضع الرقمين = ص + ١٠س

∴ ص + ١٠س − س − ١٠ص = ٢٧

∴ −٩ص + ٩س = ٢٧ ÷ ٩

∴ −ص + س = ٣

س + ص = ١١

بالجمع

٢س = ١٤ ÷ ٢ ∴ س = ٧

بالتعويض فى ①

٧ + ص = ١١ ∴ ص = ٤

∴ العدد الأصلى = ٤٧

---

١٠ اذا كان مجموع عمرى احمد واسامه الان ٤٣ سنه وبعد ٥ سنوات يكون الفرق بينهما عمريهما ٣ سنوات أوجد عمر كل منهما بعد ٧ سنوات

نفرض ان عمر احمد الآن = س سنه ، عمر اسامه الآن = ص سنه

∴ س + ص = ٤٣ ، (س + ٥) − (ص + ٥) = ٣

∴ س − ص = ٣ ---②

بجمع ① ، ② ∴ ٢س = ٤٦ ∴ س = ٢٣ بالتعويض فى ② ∴ ص = ٢٠

∴ عمر احمد الآن = ٢٣ سنه ، عمر اسامه الآن ٢٠ سنه

∴ عمر احمد بعد ٧ سنوات = ٢٣ + ٧ = ٣٠ سنه

، عمر أسامه بعد ٧ سنوات = ٢٠ + ٧ = ٢٧ سنه

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين

١١ عدد نسبى اذا طرح من كل من بسطه ومقامه واحد أصبح العدد النسبى مساويًا $\frac{1}{2}$ واذا أضيف الى المقام ٥ أصبح العدد النسبى مساويًا $\frac{1}{3}$ أوجد العدد النسبى

نفرض ان البسط هو س ، المقام ص

$\therefore \frac{س-1}{ص-1} = \frac{1}{2}$ $\therefore$ $س-1 = \frac{ص-1}{2}$ ... ①

$\frac{س}{ص+5} = \frac{1}{3}$ $\therefore$ $س = \frac{ص+5}{3}$ ... ②

بضرب ① ، ② × ٦

$\therefore ٦س - ٦ = ٣ص - ٣$ ، $٦س = ٢ص + ١٠$

$\therefore ٦س - ٣ص = -٣ + ٦ = ٣$ ، $٦س - ٢ص = ١٠$

$\therefore ٦س - ٣ص = ٣ \div ٣$

$\therefore ٢س - ص = ١$ ... ③ بالضرب × -١

$٦س - ٢ص = ١٠ \div ٢$

$٣س - ص = ٥$ ... ④

$-٢س + ص = -١$

بالجمع

$\therefore س = ٤$ بالتعويض فى ③

$\therefore ٢ \times ٤ - ص = ١$ $\therefore -ص = -٧$ $\therefore ص = ٧$

العدد النسبى هو $\frac{٤}{٧}$

---

١٢ مستطيل محيطه ٢٤سم ، واذا نقص طوله ٤سم وزاد عرضه ٢سم صار مربعًا أوجد مساحة المربع

نفرض ان طول المستطيل = س ، عرضه = ص

$\therefore س + ص = ٢٤ \div ٢ = ١٢$ ، $س - ٤ = ص + ٢$

$\therefore س - ص = ٦$ ... ②

بالجمع

$٢س = ١٨$ $\therefore س = ٩$ بالتعويض فى ①

$\therefore ٩ + ص = ١٢$ $\therefore ص = ٣$

$\therefore$ طول ضلع المربع $= ٩ - ٤ = ٥$ $\therefore$ مساحة المربع $= ٥ \times ٥ = ٢٥$ سم^٢

٥

حل معادله من الدرجه الثانيه فى متغيرين جبريًا

أوجد فى ح مجموعه حل كلا من المعادلات الاتيه باستخدام القانون العام

١) $س^{٢} + ٧س + ٢ = ٠$ «مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد»

الحل

$أ = ١ ، ب = ٧ ، جـ = ٢$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$\therefore س = \frac{-٧ \pm \sqrt{٧^{٢} - ٤ \times ١ \times ٢}}{٢ \times ١} = \frac{-٧ \pm \sqrt{٤٩ - ٨}}{٢}$

$\therefore س = \frac{-٧ \pm \sqrt{٤١}}{٢}$

$\therefore س = \frac{-٧ + \sqrt{٤١}}{٢} \simeq -٠,٣$ ، $\frac{-٧ - \sqrt{٤١}}{٢} \simeq -٦,٧$

م.ح = {-٠,٣ ، -٦,٧}

٢) $س^{٢} - ٤س + ١ =$ صفر «مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين»

الحل

$\therefore أ = ١ ، ب = -٤ ، جـ = ١$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$\therefore س = \frac{-(-٤) \pm \sqrt{(-٤)^{٢} - ٤ \times ١ \times ١}}{٢ \times ١} = \frac{٤ \pm \sqrt{١٦ - ٤}}{٢}$

$\therefore س = \frac{٤ + \sqrt{١٢}}{٢}$ أو $س = \frac{٤ - \sqrt{١٢}}{٢}$

$\therefore س \simeq ٣,٧٣$ أو $س \simeq ٠,٢٧$

م.ح = {٣,٧٣ ، ٠,٢٧}

حل معادله من الدرجه الثانيه فى متغيرين جبريًا

أوجد فى ح مجموعه حل كل من المعادلات الاتيه باستخدام القانون العام

٣) ٢س^{٢} − ٤س + ١ = صفر ((مقربًا الناتج لثلاثه ارقام عشريه))

الحل

أ = ٢ ، ب = −٤ ، جـ = ١

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-(-٤) \pm \sqrt{(-٤)^{٢} - ٤ \times ٢ \times ١}}{٢ \times ٢} = \frac{٤ \pm \sqrt{١٦ - ٨}}{٤}$$

$$س = \frac{٤ + \sqrt{٨}}{٤} \simeq ١,٧٠٧ \text{ أو } س = \frac{٤ - \sqrt{٨}}{٤} \simeq ٠,٢٩٣$$

م.ح = {١,٧٠٧ ، ٠,٢٩٣}

٤) ٣س^{٢} − ٦س + ١ = صفر ((مقربًا الناتج لثلاثه ارقام عشريه))

الحل

∵ أ = ٣ ، ب = −٦ ، جـ = ١

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$$

$$\therefore س = \frac{-(-٦) \pm \sqrt{(-٦)^{٢} - ٤ \times ٣ \times ١}}{٢ \times ٣} = \frac{٦ \pm \sqrt{٣٦ - ١٢}}{٦}$$

$$\therefore س = \frac{٦ + \sqrt{٢٤}}{٦} \simeq ١,٨١٦ \text{ أو } س = \frac{٦ - \sqrt{٢٤}}{٦} \simeq ٠,١٨٤$$

م.ح = {١,٨١٦ ، ٠,١٨٤}

حل معادلة من الدرجة الثانية في متغيرين جبريًا

اوجد في ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية باستخدام القانون العام

٥ $س^2 + ٧س + ٩ = صفر$ حيث: $\sqrt{٨} \simeq ٢,٨٥$

الحل

$\therefore أ = ١ ، ب = ٧ ، جـ = ٩$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤أجـ}}{٢أ}$

$\therefore س = \frac{-٧ \pm \sqrt{٧^2 - ٤ \times ٩ \times ١}}{٢ \times ١} = \frac{-٧ \pm \sqrt{٤٩ - ٣٦}}{٢}$

$\therefore س = \frac{-٧ \pm \sqrt{١٣}}{٢}$

$\therefore س = \frac{-٧ + \sqrt{١٣}}{٢} \simeq -٣ + ٢,٨٥$ أو $س = \frac{-٧ - \sqrt{١٣}}{٢} = -٣ - ٢,٨٥$

$\therefore \sqrt{٨} \simeq ٢,٨٥$ ، $س = -٣ + \sqrt{٨}$ أو $س = -٣ - \sqrt{٨}$

$\therefore س \simeq -٣ + ٢,٨٥ = -١,٣٥$ أو $س \simeq -٣ - ٢,٨٥ = -٥,٨٥$

$\therefore م = \{-١,٣٥ ، -٥,٨٥\}$

---

٤ $٣س^2 + ٨س - ٣ = ٠$

$\therefore أ = ٣ ، ب = ٨ ، جـ = -٣$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤أجـ}}{٢أ}$

$\therefore س = \frac{-٨ \pm \sqrt{٨^2 - (٤ \times ٣ \times (-٣))}}{٢ \times ٣} = \frac{-٨ \pm \sqrt{٦٤ - (-٣٦)}}{٦}$

$\therefore س = \frac{-٨ \pm \sqrt{١٠٠}}{٦} = \frac{-٨ \pm ١٠}{٦}$

$\therefore س = \frac{-٨ + ١٠}{٦} = \frac{١}{٣}$ أو $س = \frac{-٨ - ١٠}{٦} = -٣$

$\therefore م = \{\frac{١}{٣} ، -٣\}$

---

٣ $٢س^2 + ٨س - ٣ = ٠$

$\therefore أ = ٢ ، ب = ٨ ، جـ = -٣$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤أجـ}}{٢أ}$

$\therefore س = \frac{-٨ \pm \sqrt{٨^2 - ٤ \times ٢ \times (-٣)}}{٢ \times ٢} = \frac{-٨ \pm \sqrt{٦٤ + ٢٤}}{٤}$

$\therefore س = \frac{-٨ \pm \sqrt{١١٢}}{٤} = \frac{-٨ \pm ٩}{٤}$

$\therefore س = \frac{-٨ + ٩}{٤} = \frac{١}{٤}$ ، $س = \frac{-٨ - ٩}{٤} = -٣$

$\therefore م = \{\frac{١}{٤} ، -٣\}$

حل معادله من الدرجه الثانيه فى متغيرين جبريًا

أوجد فى ح مجموعه حل كلا من المعادلات الاتيه باستخدام القانون العام

٧) $س^{٢} = ٦س - ٧$ ((مقربًا الناتج لثلاثه ارقام عشريه))

الحل

$\therefore س^{٢} - ٦س + ٧ =$ صفر

$\therefore أ = ١ ، ب = -٦ ، جـ = ٧$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$س = \frac{-(-٦) \pm \sqrt{(-٦)^{٢} - ٤ \times ١ \times ٧}}{٢ \times ١} = \frac{٦ \pm \sqrt{٣٦ - ٢٨}}{٢}$

$\therefore س = \frac{٦ + \sqrt{٨}}{٢} \simeq ٤,٨٢٤$ أو $س = \frac{٦ - \sqrt{٨}}{٢} \simeq ١,٥٨٦$

$م ٠ ج = \{٤,٨٢٤ ، ١,٥٨٦\}$

---

٧) $س (س - ١) = ٤$ ((مقربًا الناتج لثلاثه أرقام عشريه))

$س^{٢} - س = ٤$ $\therefore س^{٢} - س - ٤ =$ صفر

$\therefore أ = ١ ، ب = -١ ، جـ = -٤$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$\therefore س = \frac{-(-١) \pm \sqrt{(-١)^{٢} - (٤ \times ١ \times -٤)}}{٢ \times ١} = \frac{١ \pm \sqrt{١ - (-١٦)}}{٢} = \frac{١ \pm \sqrt{١٧}}{٢}$

$\therefore س = \frac{١ + \sqrt{١٧}}{٢} \simeq ٢,٥٦٢$ أو $س = \frac{١ - \sqrt{١٧}}{٢} \simeq -١,٥٦٢$

$\therefore م ٠ ج = \{٢,٥٦٢ ، -١,٥٦٢\}$

الرياضيات
Math
الأستاذ / أحمد عمر

٣٩

حل معادلة من الدرجة الثانية فى متغيرين جبريًا

اوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية مستخدمًا القانون العام

٩) $س - ٣ = \frac{-١}{س}$ ((لأقرب ثلاثة ارقام عشرية))

الحل

$\because س - ٣ = \frac{-١}{س}$ بالضرب × س

$\therefore س^{٢} - ٣س = -١$

$\therefore س^{٢} - ٣س + ١ =$ صفر

$\therefore أ = ١ ، ب = -٣ ، جـ = ١$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$س = \frac{-(-٣) \pm \sqrt{(-٣)^{٢} - ٤ \times ١ \times ١}}{٢ \times ١} = \frac{٣ \pm \sqrt{٩ - ٤}}{٢}$

$\therefore س = \frac{٣ + \sqrt{٥}}{٢} \simeq ٢,٦١٨$ ، $\frac{٣ - \sqrt{٥}}{٢} \simeq ٠,٣٨٢$

$\therefore م . ج = \{٢,٦١٨ ، ٠,٣٨٢\}$

١٠) $س^{٢} + ٣س + ٥ =$ صفر

الحل

$أ = ١ ، ب = ٣ ، جـ = ٥$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$\therefore س = \frac{-٣ \pm \sqrt{٩ - ٢٠}}{٢ \times ١}$

$\therefore س = \frac{-٣ \pm \sqrt{-١١}}{٢}$

$\therefore م . ج = \{\} = \emptyset$

الرياضيات
01023636633

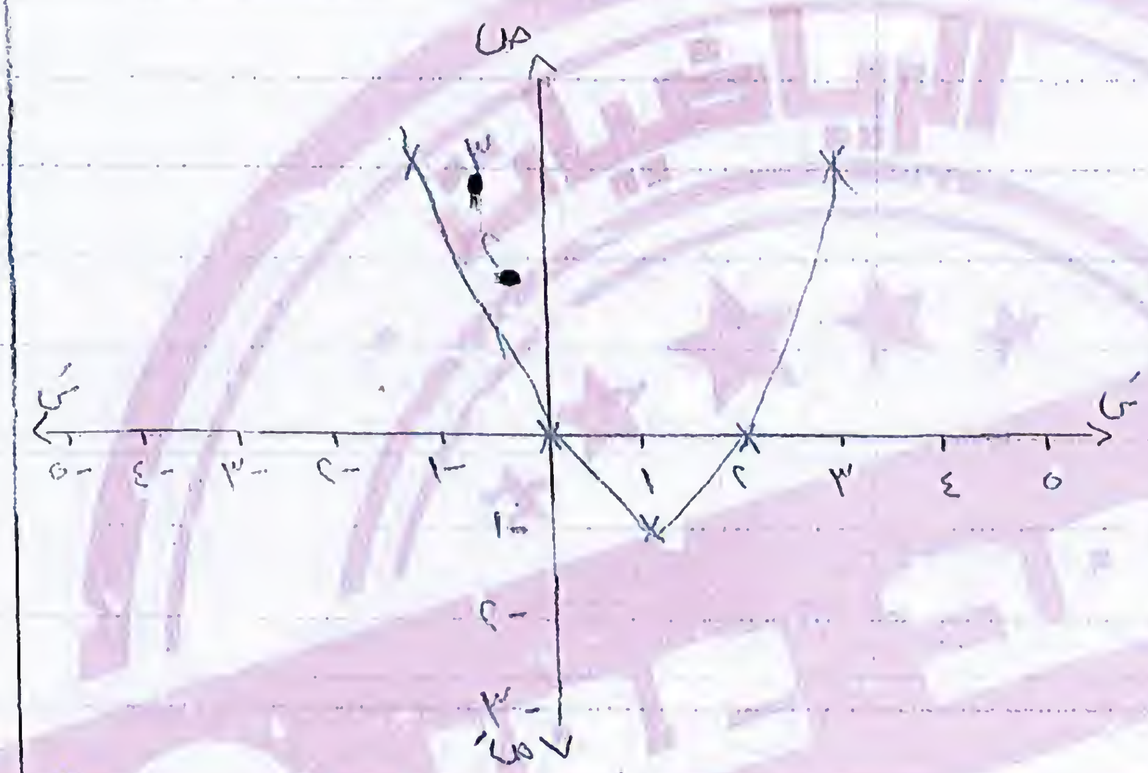
الرياضيات

حل معادله من الدرجه الثانيه فى متغيرين بيانيًا

١ مثل بيانيًا الداله د : د(س) = س^{٢} - ٢س فى الفتره [-١ ، ٣]

ومن الرسم أوجد مجموعه حل المعادله : س^{٢} - ٢س = ٠

س	-١	صفر	١	٢	٣
د(س)	٣	صفر	-١	صفر	٣



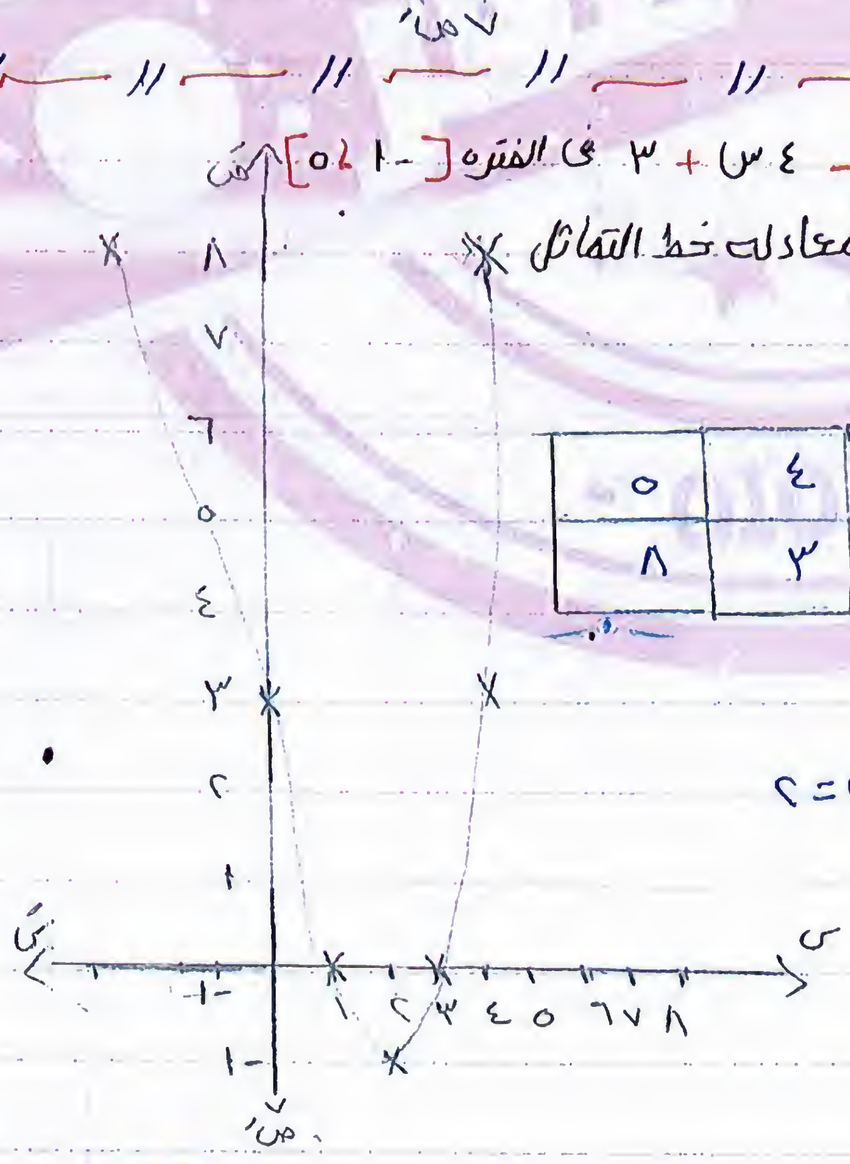
منه الرسم م.ح = {٠ ، ٢}

٢ ارسم الشكل البيانى للداله د : د(س) = س^{٢} - ٤س + ٣ فى الفتره [-١ ، ٥]

ومن الرسم اوجد ١ القيمه الصغرى للداله ٢ معادله خط التماثل

٣ مجموعه حل المعادله : د(س) = ٠

س	-١	٠	١	٢	٣	٤	٥
د(س)	٨	٣	٠	-١	٠	٣	٨



من الرسم ١) القيمه الصغرى = -١

٢) معادله محور التماثل هى : س = ٢

٣) م.ح = {١ ، ٣}

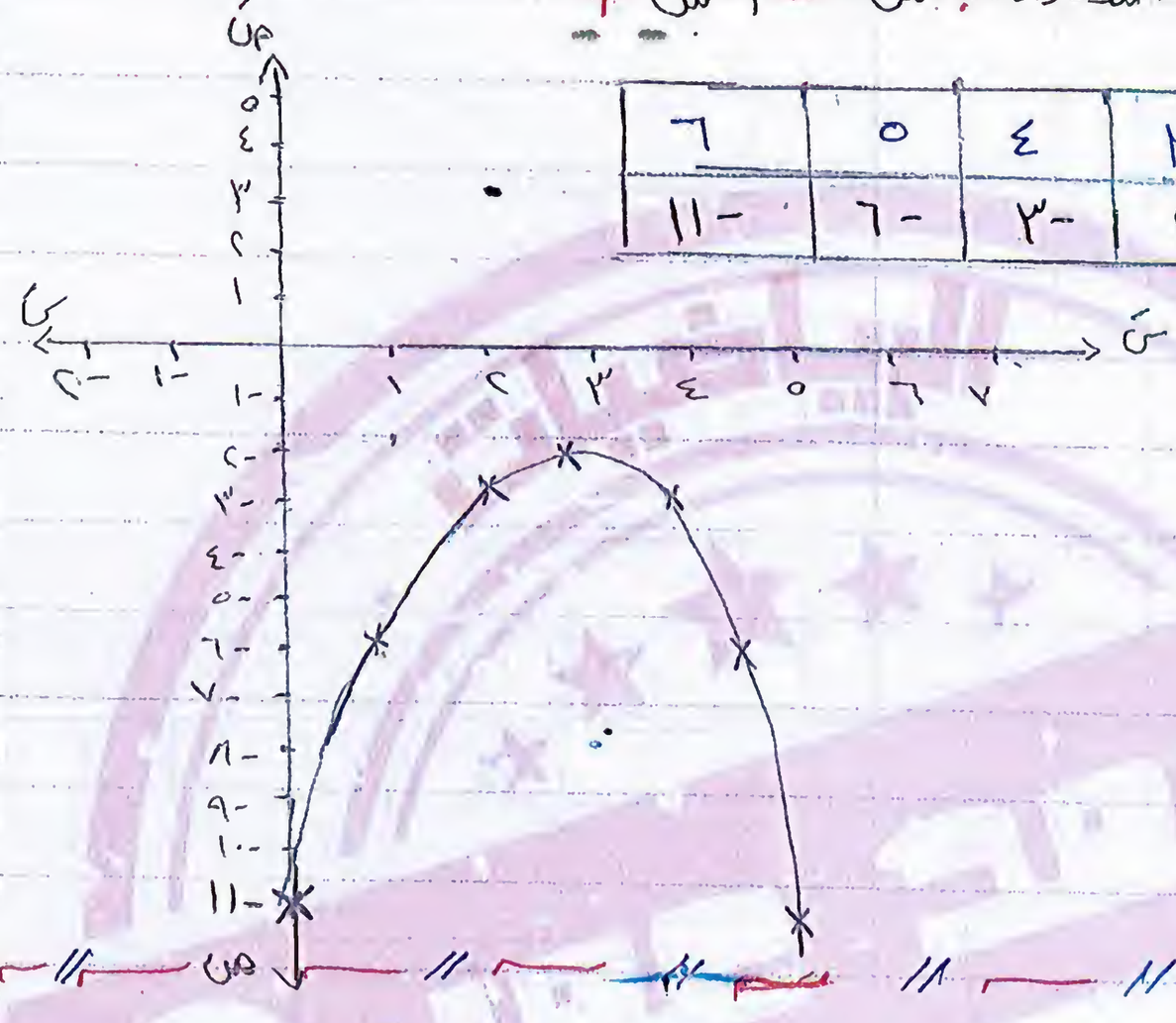
٣٤

حل معادلة من الدرجة الثانية في متغيرين بيانيًا

٣ ارسم الشكل البياني للدالة د : د (س) = −س² + ٦س − ١١ في الفترة [٠ ، ٦]

ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة : س² − ٦س + ١١ = ٠

س	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
د(س)	−١١	−٦	−٣	−٢	−٣	−٦	−١١

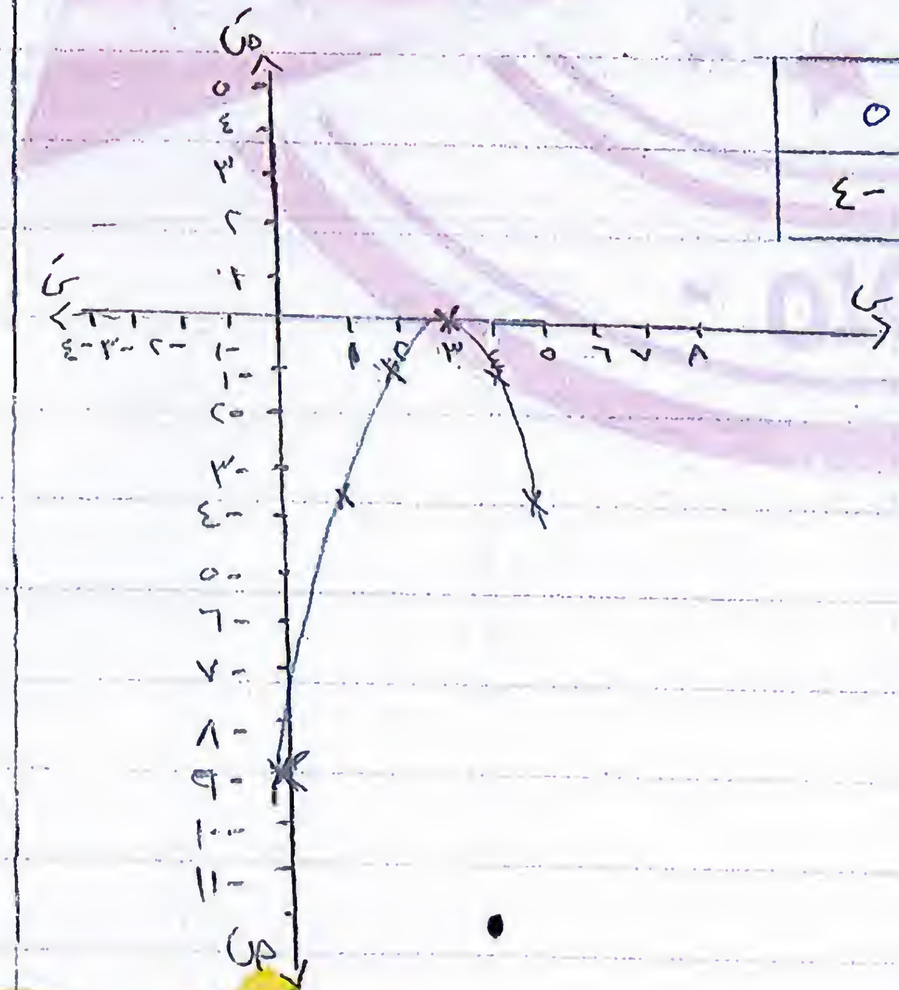


من الرسم : م.ج = ∅

ارسم الشكل البياني للدالة د : د (س) = ٦س − س² − ٩ في الفترة [٠ ، ٥]

ومن الرسم أوجد ١) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة ٢) مجموعة حل المعادلة : ٦س − س² − ٩ = ٠

س	٠	١	٢	٣	٤	٥
د(س)	−٩	−٤	−١	٠	−١	−٤



من الرسم :

١) القيمة العظمى = صفر

٢) م.ج = {٣ ، ٣}

حل معادلتين في متغيرين احدهما من الأولى والأخرى من الدرجة الثانية

٣٤

١ $س - ص = ٠$ ، $س^٢ + س ص + ص^٢ = ٢٧$ ... ②

$س = ص$ ... ①

بالتعويض في ② من ①

$س^٢ + س(س) + س^٢ = ٢٧$

$س^٢ + س^٢ + س^٢ = ٢٧$

$٣ س^٢ = ٢٧ \div ٣$

$س^٢ = ٩$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$\boxed{س = \pm ٣}$

بالتعويض في ① ∴ $\boxed{ص = ٣}$ عندما $س = ٣$ ، $\boxed{ص = -٣}$ عندما $س = -٣$

م.ح = {(٣، ٣) ، (-٣، -٣)}

٢ $س + ص = ٠$ ، $ص^٢ = س$ ... ①

$س = -ص$ ... ② بالتعويض من ② في ①

$ص^٢ = -ص$ ∴ $ص^٢ + ص = ٠$

∴ $ص(ص + ١) = ٠$ $\boxed{∴ ص = ٠}$ ، $ص + ١ = ٠$ $\boxed{∴ ص = -١}$

∴ بالتعويض في ② ∴ $\boxed{س = ٠}$ عندما $ص = ٠$ ، $\boxed{س = ١}$ عندما $ص = -١$

م.ح = {(٠، ٠) ، (١، -١)}

٣ $س = ص$ ... ① ، $س^٢ + ص^٢ = ٢$ ... ②

بالتعويض في ② من ①

$س^٢ + س^٢ = ٢$

∴ $٢ س^٢ = ٢ \div ٢$

∴ $س^٢ = ١$ بأخذ $\sqrt{}$ للطرفين

∴ $\boxed{س = \pm ١}$ بالتعويض في ①

∴ $\boxed{ص = ١}$ عندما $س = ١$ ، $\boxed{ص = -١}$ عندما $س = -١$

∴ م.ح = {(١، ١) ، (-١، -١)}

حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجه الاولى والاخرى من الدرجه الثانيه

تمرين ٣

٤ س - ص = ١ ، ٢ س^{٢} + ص^{٢} = ٥

الحل

س = ١ + ص ... ① ، ٢ س^{٢} + ص^{٢} = ٥ ... ②

بالتعويض فى ② من ①

∴ ٢ (١ + ص)^{٢} + ص^{٢} = ٥

∴ ٢ ص^{٢} + ٢ ص + ١ + ص^{٢} = ٥

∴ ٣ ص^{٢} + ٢ ص - ٤ = ٠ بالقسمه ÷ ٢

∴ ص^{٢} + ص - ١٢ = ٠

∴ (ص + ٤) (ص - ٣) (التحليل الثلاثى البسيط)

ص + ٤ = ٠ ، ص - ٣ = ٠

ص = -٤ ، ص = ٣ (بالتعويض فى ①)

س = ١ - ٤ ، س = ١ + ٣

س = -٣ ، س = ٤

م . ج = { (-٣ ، -٤) ، (٤ ، ٣) }

---

٥ ص - س = ٣ ، س^{٢} - ٢ س + ٣ ص = ١٥

ص = ٣ + س ... ① ، س^{٢} - ٢ س + ٣ ص = ١٥ ... ②

بالتعويض فى ② من ①

س^{٢} - ٢ س + ٣ (٣ + س) = ١٥

س^{٢} - ٢ س + ٩ + ٣ س = ١٥

س^{٢} + س - ٦ = صفر

(س + ٣) (س - ٢) (التحليل الثلاثى البسيط)

س + ٣ = ٠ ، س - ٢ = صفر

س = -٣ ، س = ٢ (بالتعويض فى ①)

ص = -٣ - ٣ ، ص = ٣ + ٢

ص = صفر ، ص = ٥

م . ج = { (-٣ ، صفر) ، (٢ ، ٥) }

حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجه الاولى والاخرى من الدرجه الثانيه

٣٤

E

ص + ٢س = ٧ ، ٢س² + س + ٣ص = ١٩

ص = ٧ − ٢س ... ① ، ٢س² + س + ٣ص = ١٩ ... ②

بالتعويض من ① فى ②

٢س² + س + ٣(٧ − ٢س) = ١٩

٢س² + س + ٢١ − ٦س = ١٩ ∴ ٢س² + س − ٦س + ٢١ − ١٩ = صفر

٢س² − ٥س + ٢ = صفر

(٢س − ١)(س − ٢) = صفر

٢س − ١ = ٠	س − ٢ = صفر
٢س = ١	س = ٢
س = ١/٢	ص = ٧ − ٢×٢
ص = ٧ − ٢×١/٢	ص = ٣
ص = ٦	

م.ح = {(١/٢ ، ٦) ، (٢ ، ٣)}

((تحليل ثلاثى غير بسيط))

٢س² − س − ٢ = صفر

٢س ← −١

س ← −٢

((بالتعويض فى ①))

٤س + س = ٥س

---

٧ س + ص = ٧ ، س ص = ١٢

س = ٧ − ص ... ① ، س ص = ١٢ ... ②

بالتعويض فى ② من ①

ص(٧ − ص) = ١٢

٧ص − ص² = ١٢ ∴ ص² − ٧ص = −١٢ بالقسمة ÷ −١

ص² − ٧ص + ١٢ = ٠

((تحليل ثلاثى بسيط))

(ص − ٤)(ص − ٣) = ٠

ص − ٤ = ٠	ص − ٣ = ٠
ص = ٤	ص = ٣
س = ٧ − ٤	س = ٧ − ٣
س = ٣	س = ٤

((بالتعويض فى ①))

م.ح = {(٣ ، ٤) ، (٤ ، ٣)}

حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجه الاولى والاخرى من الدرجه الثانيه

٨

٣٥

س + ص = ٥ ، $\frac{\text{س ص}}{٦}$ = ١ بالضرب × ٦

س = ٥ - ص ... ① ، س ص = ٦ ... ②

بالتعويض فى ② من ①

ص (٥ - ص) = ٦

٥ ص - ص^{٢} = ٦

ص^{٢} - ٥ ص + ٦ = ٠ ∴ ٥ ص - ص^{٢} - ٦ = صفر بالقسمه ÷ -١

(ص - ٢) (ص - ٣) = ٠ «تحليل ثلاثى بسيط»

ص - ٢ = صفر	ص - ٣ = ٠
ص = ٢	ص = ٣
س = ٥ - ٢	س = ٥ - ٣
س = ٣	س = ٢

((بالتعويض فى ①))

م.ج = {(٣ ، ٢) ، (٢ ، ٣)}

---

٩ س - ص = ١ ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٧

ص = -١ + س ... ① ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٧ ... ②

س^{٢} + س (-١ + س) + (-١ + س)^{٢} = ٧

س^{٢} - س + س^{٢} + ١ + س^{٢} - ٢ س = ٧

٣ س^{٢} - ٣ س = ٧ - ١ = ٦ بالقسمه ÷ ٣

س^{٢} - س = ٢ ∴ س^{٢} - س - ٢ = صفر

(س - ٢) (س + ١) = ٠ «تحليل ثلاثى بسيط»

س - ٢ = ٠	س + ١ = ٠
س = ٢	س = -١
ص = -١ + ٢	ص = -١ - ١
ص = ١	ص = -٢

((بالتعويض فى ①))

م.ج = {(٢ ، ١) ، (-١ ، -٢)}

حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجة الاولى والاخرى من الدرجة الثانيه

(٣٦)

١٠ $س - ٢ص = ٨$ ... ① ، $ص^{٢} = س$ ... ②

بالتعويض من ② فى ①

$ص^{٢} - ٢ص = ٨$ ، $ص^{٢} - ٢ص - ٨ = ٠$

$(ص - ٤)(ص + ٢) = ٠$ [تحليل ثلاثى بسيط]

$ص - ٤ = ٠$	$ص + ٢ = ٠$
$\boxed{ص = ٤}$	$\boxed{ص = -٢}$
$س = ٤^{٢}$	$س = (-٢)^{٢}$
$\boxed{س = ١٦}$	$\boxed{س = ٤}$

بالتعويض فى ②

م.ح = {(١٦ ، ٤) ، (٤ ، -٢)}

---

١١ $س + ص = ٢$ ، $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = ٢$ حيث $س \neq ٠$ ، $ص \neq ٠$

$س = ٢ - ص$ ... ① ، $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = ٢$ بالضرب × $س ص$

$س = ٢ - ص$ ... ① ، $ص + س = ٢س ص$ ... ②

بالتعويض من ① فى ②

$ص + ٢ - ص = ٢ص(٢ - ص)$

$٢ = ٤ص - ٢ص^{٢}$ بالقسمة ÷ -٢

$-١ = -٢ص + ص^{٢}$

$ص^{٢} - ٢ص + ١ = ٠$

$(ص - ١)(ص - ١) = ٠$ [تحليل ثلاثى بسيط]

$\boxed{ص = ١}$
$س = ٢ - ١$
$\boxed{س = ١}$

بالتعويض فى ①

م.ح = {(١ ، ١)}

تطبيقات على حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجه الاولى والاخرى من الدرجه الثانيه

٣٧

١ عددان حقيقيان موجبان مجموعهما ١٧، حاصل ضربهما ٧٢ أوجد العددين

س + ص = ١٧ ... ① ، س ص = ٧٢ ... ②

س = ١٧ - ص ... ③ بالتعويض من ① فى ②

ص (١٧ - ص) = ٧٢

١٧ ص - ص٢ = ٧٢

-١٧ ص + ص٢ = -٧٢ بالقسمه ÷ -١

∴ ص٢ - ١٧ ص + ٧٢ = صفر [تحليل ثلاثى بسيط]

(ص - ٩) (ص - ٨) = ٠

ص - ٩ = ٠ | ص - ٨ = ٠

ص = ٩ | ص = ٨ بالتعويض فى ①

س = ١٧ - ٩ | س = ١٧ - ٨

س = ٨ | س = ٩

العددان هما ٨ ، ٩

---

٢ عددان حقيقيان مجموعهما ٩ والفرق بين مربعيهما ٤٥ أوجد العددين

س + ص = ٩ ∴ س = ٩ - ص ... ① ، س٢ - ص٢ = ٤٥ ... ②

بالتعويض من ① فى ②

(٩ - ص)٢ - ص٢ = ٤٥

٨١ + ص٢ - ١٨ ص - ص٢ = ٤٥

٨١ - ١٨ ص = ٤٥

-١٨ ص = ٤٥ - ٨١ = -٣٦ بالقسمه ÷ -١٨

ص = ٢

بالتعويض فى ①

س = ٩ - ٢

س = ٧

العددان هما ٧ ، ٢

تطبيقات على حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجه الاولى والاخرى من الدرجه الثانيه

٣ عددان موجبان احدهما يزيد عن ثلاثه امثال الاخر بمقدار ١ ومجموع مربعيهما ١٧ فما هذان العددان

س - ٣ص = ١ ⟹ س = ١ + ٣ص ... ①

س² + ص² = ١٧ ... ②

بالتعويض فى ② من ①

(١ + ٣ص)² + ص² = ١٧

١ + ٩ص² + ٦ص + ص² = ١٧

١٠ص² + ٦ص + ١ - ١٧ = صفر

١٠ص² + ٦ص - ١٦ = صفر

بالقسمه ÷ ٢

٥ص² + ٣ص - ٨ = ٠

(٥ص + ٨)(ص - ١) = ٠

٥ص + ٨ = ٠ ⟹ ٥ص = -٨ ⟹ ص = -٨/٥ مرفوض

ص - ١ = ٠ ⟹ ص = ١

بالتعويض فى ①

س = ١ + ٣ × ١

س = ٤

تحليل ثلاثى غير بسيط

٥ص² + ٨ص - ص - ٨

٥ص ، +٨ ، -١ ، ص

٥ص² - ٨ص + ٣ص = ٠

العددان هما ٤ ، ١

---

٤ مستطيل محيطه ١٨سم ومساحته ١٨ سم² أوجد بعديه

س + ص = ٩ ∴ س = ٩ - ص ... ① ، س ص = ١٨ ... ②

بالتعويض فى ② من ①

ص (٩ - ص) = ١٨

٩ص - ص² = ١٨ ÷ -١

ص² - ٩ص = -١٨ ⟹ ص² - ٩ص + ١٨ = ٠

[تحليل ثلاثى بسيط]

(ص - ٦)(ص - ٣) = ٠

ص - ٦ = ٠ ⟹ ص = ٦

س = ٩ - ٦ = ٣

ص - ٣ = ٠ ⟹ ص = ٣

بالتعويض فى ①

س = ٩ - ٣ = ٦

العددان هما ٣ ، ٦

تطبيقات على حل معادلتين في متغيرين احدهما من الدرجه الاولى والاخرى من الدرجه الثانيه

٥ مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٣ ومساحته ٢٨ سم² اوجد محيطه

س − ص = ٣ ⟹ س = ص + ٣ ... ①

س ص = ٢٨ ... ②

بالتعويض في ①

ص (ص + ٣) = ٢٨

ص² + ٣ص − ٢٨ = صفر

(ص + ٧) (ص − ٤) = صفر [تحليل ثلاثي بسيط]

ص + ٧ = ٠ ⟹ ص = −٧ مرفوض

ص − ٤ = ٠ ⟹ ص = ٤

بالتعويض في ①

س = ٣ + ٤ = ٧

مساحة المستطيل = س ص = ٧ × ٤ = ٢٨

∴ محيط المستطيل = ٢ (س + ص) = ٢ (٧ + ٤) = ٢٢

---

٦ مثلث قائم الزاويه طول وتره ١٣ سم ومحيطه يساوى ٣٠ سم اوجد طول ضلعى القائمه

∴ نفرض ان ضلعى القائمه س ، ص

∴ س² + ص² = ١٦٩ ... ① ، س + ص + ١٣ = ٣٠ ∴ س + ص = ١٧ ∴ س = ١٧ − ص ... ②

بالتعويض في ① من ②

(١٧ − ص)² + ص² = ١٦٩

٢٨٩ + ص² − ٣٤ ص + ص² = ١٦٩

٢ص² − ٣٤ ص + ١٢٠ = صفر بالقسمه ÷ ٢

ص² − ١٧ ص + ٦٠ = صفر

(ص − ١٢) (ص − ٥) = صفر [تحليل ثلاثي بسيط]

ص − ١٢ = ٠ ⟹ ص = ١٢

ص − ٥ = صفر ⟹ ص = ٥ بالتعويض في ②

س = ١٧ − ١٢ = ٥

س = ٥

طول ضلعى القائمه ٥ ، ١٢

تطبيقات على حل معادلتين في متغيرين احدهما من الدرجه الاولى والاخرى من الدرجه الثانيه

٩ مستطيل طوله س سم ، وعرضه ص سم ومساحته ٧٧ سم٢ ، فإذا انقص طوله ٤ سم وزاد عرضه ٤ سم أصبح مربعًا . أوجد مساحه المربع

(٤٠)

س ص = ٧٧ ... ① ، س - ٤ = ص + ٤ ∴ س = ص + ٨ ... ②

بالتعويض من ② في ①

ص (ص + ٨) = ٧٧

ص٢ + ٨ ص - ٧٧ = ٠

(ص - ٧) (ص + ١١) = ٠ [تحليل ثلاثي بسيط]

ص - ٧ = ٠ ، ص = -١١ مرفوض

ص = ٧ ← بالتعويض في ②

س = ٧ + ٤ = ١١

∴ ضلع المربع = س - ٤ = ١١ - ٤ = ٧

∴ مساحه المربع = ل٢ = ٤٩ سم٢

١٠ عدد مكون من رقمين رقم آحاده ضعف رقم عشراته ، فإذا كان حاصل ضرب الرقمين يساوى نصف العدد الاصلى فما هو العدد

نفرض ان رقم الاحاد س ، رقم العشرات ص

∴ س = ٢ ص ... ①

العدد الاصلى = س + ١٠ ص

∴ س ص = ½ (س + ١٠ ص) بالضرب × ٢

∴ ٢ س ص = س + ١٠ ص ... ② بالتعويض في ② من ①

٢ (٢ ص) ص = ٢ ص + ١٠ ص

٤ ص٢ = ٢ ص + ١٠ ص ∴ ٤ ص٢ - ١٢ ص = ٠

٤ ص (ص - ٣) = ٠

ص = ٠ مرفوض أو ص = ٣ بالتعويض في ①

∴ س = ٣ × ٢ = ٦

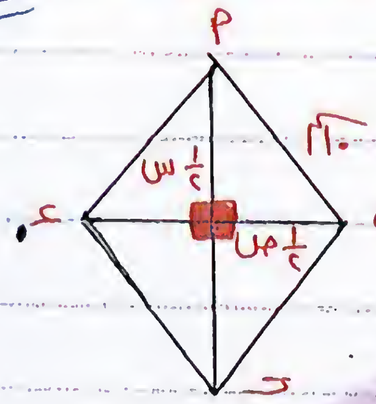
∴ س = ٦

∴ العدد هو ٣٦

تطبيقات على حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجه الاولى والاخرى من الدرجه الثانيه

٧ معين الفرق بين طولى قطريه ٤سم ومحيطه يساوى ٤٠سم أوجد طول كل من قطريه

٤١



نفرض أن قطريه س ، ص

س − ص = ٤ ∴ س = ص + ٤ ... ①

$(\frac{1}{2}س)^2 + (\frac{1}{2}ص)^2 = 100$

$\frac{1}{4}س^2 + \frac{1}{4}ص^2 = 100$ بالضرب × ٤

$س^2 + ص^2 = 400$ ... ②

بالتعويض فى ② من ① ∴ $(ص+4)^2 + ص^2 = 400$

$16 + 8ص + ص^2 + ص^2 = 400$

$2ص^2 + 8ص = 400 - 16 = 384$ بالقسمة ÷ ٢

$ص^2 + 4ص = 192$

$(ص - 12)(ص + 16) = صفر$ [تحليل ثلاثى بسيط]

ص = ١٢ بالتعويض فى ② | ص = −١٦ مرفوض

س = ١٢ + ٤ = ١٦

القطران هما ١٢ ، ١٦

٨ مثلث قائم الزاويه طول أحد ضلعى القائمه ٢٥سم ، محيطه يساوى ٦٠سم أوجد مساحه سطحه

نفرض ان الضلع الاخر س ، الوتر ص

س + ص = ٦٠ − ٢٥ = ٣٥ ∴ س = ٣٥ − ص ... ① ، $ص^2 - س^2 = 25^2$ ... ②

بالتعويض من ① فى ②

$ص^2 - (35 - ص)^2 = 25^2$ ∴ $ص^2 - (1225 + ص^2 - 70ص) = 625$

∴ $ص^2 - 1225 - ص^2 + 70ص = 625$

∴ $70ص - 1225 = 625$ ∴ $70ص = 1850$ بالقسمة ÷ ١٠

∴ ص = ١٣ بالتعويض فى ①

∴ س = ٣٥ − ١٣ = ١٢

∴ الوتر = ١٣سم وطول الضلع الاخر = ١٢سم

∴ مساحه المثلث = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب ضلعى القائمه

∴ مساحه المثلث = $\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$ سم^2

٤٦

* مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود *

إذا كانت الدالة د : ح ← ح كثيرة حدود من س فإن ص(د) هى مجموعة القيم التى تجعل د(س) = صفر

د ترمز للدالة

د(س) ترمز لقاعدة الدالة

ص(د) ترمز لمجموعة أصفار الدالة

مثال : أوجد ص(د) لكل مما يأتى كثيرات الحدود المعرفة بالقواعد الآتية فيما يأتى

[١] د(س) = ٢س - ٦

الحل نضع د(س) = ٠

٢س - ٦ = ٠

٢س = ٦ ÷ ٢

س = ٦/٢ = ٣

∴ ص(د) = {٣}

[٢] د(س) = س² - ٥س + ٦

الحل نضع د(س) = صفر

∴ س² - ٥س + ٦ = ٠

(س - ٢)(س - ٣) = ٠

س - ٢ = ٠ | س - ٣ = ٠

س = ٢ | س = ٣

ص(د) = {٢، ٣}

[٣] د(س) = ٨

الحل ص(د) = ∅

[٤] د(س) = ٠

الحل ص(د) = ح

[٥] د(س) = س² - ٩

الحل نضع د(س) = ٠

∴ س² - ٩ = ٠

س² = ٩

بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

∴ س = ± ٣

ص(د) = {-٣، ٣}

[٦] د(س) = س² + ٩

الحل نضع د(س) = ٠

∴ س² + ٩ = ٠

س² = -٩

بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

∴ س = ± √-٩ ∉ ح

ص(د) = ∅

[٧] د(س) = س³ - ٥س² - ٦س

الحل س³ - ٥س² - ٦س = ٠

س(س² - ٥س - ٦) = ٠

س(س + ١)(س - ٦) = ٠

∴ س = ٠ | س + ١ = ٠ | س - ٦ = ٠

س = ٠ | س = -١ | س = ٦

∴ ص(د) = {-١، ٠، ٦}

Math
الأستاذ / أحمد عمر
01023636682

مثال أوجد من ح مجموعة أصفار دوال كثيرات الحدود الآتية
بالقواعد الآتية

(١) ر(س) = س² - ٢س - ١

الحل

نضع د(س) = ٠

∴ س² - ٢س - ١ = ٠

ب² - ٤أ حـ = (-٢)² - ٤ × ١ × -١ = ٨

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أحـ}}{2أ} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$

$س = \frac{2+2\sqrt{2}}{2} = 1+\sqrt{2}$ أو $س = \frac{2-2\sqrt{2}}{2} = 1-\sqrt{2}$

ص(د) = {١ + √٢ ، ١ - √٢}

(٢) د(س) = س² - ٣س + ٧ = ٠

الحل نضع د(س) = صفر

س² - ٣س + ٧ = ٠

∴ ب² - ٤أحـ = ٩ - ٤ × ١ × ٧ = -١٩ < صفر

∴ ص(د) = ∅

(٣) د(س) = س³ + ٨

الحل نضع د(س) = صفر

س³ + ٨ = ٠

س³ = -٨

بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

∴ س = -٢

ص(د) = {-٢}

(٤) د(س) = ٥س² - ٣س

الحل

نضع د(س) = ٠

٥س² - ٣س = ٠

س(٥س - ٣) = ٠

س = ٠ | ٥س - ٣ = ٠

٥س = ٣

$س = \frac{3}{5}$

ص(د) = $\{٠، \frac{3}{5}\}$

مثال : إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د حيث :
د(س) = ٢ س٣ + ب س + ١٥ حيث {٣ ، ٥} أوجد قيمة كل من : ٢ ، ب

الحل :

∴ ص (د) = {٣ ، ٥} ∴ د(٣) = صفرًا د(٥) = صفر

∴ ٩ ٢ + ٣ ب + ١٥ = ٠ ÷ ٣	٢٥ ٢ + ٥ ب + ١٥ = ٠ ÷ ٥
٣ ٢ + ب + ٥ = ٠	٥ ٢ + ب + ٣ = ٠
٣ ٢ + ب = -٥ ... ①	٥ ٢ + ب = -٣ ... ②

بطرح ① في ② × -١ وجمع مع ②

-٣ ٢ - ٥ ٢ = -٥ + ٣

-٢ ٢ = -٢

٢ = ٢ ÷ -٢

بالتعويض في ① ∴ ٢ = ١

∴ ب = -٨

مثال : اثبت أن مجموعة أصفار الدالة ل : ل(س) = س٣ - ٥ س٢
هي نفسها مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = س٣ - ١٠ س٢ + ٢٥ س

الحل

نضع ل(س) = صفر

∴ س٣ - ٥ س٢ = ٠

س٢ (س - ٥) = ٠

س = ٠ | س = ٥

∴ ص (ل) = {٠ ، ٥} ... ①

نضع د(س) = صفر

∴ س٣ - ١٠ س٢ + ٢٥ س = ٠

س (س٢ - ١٠ س + ٢٥) = ٠

س (س - ٥)٢ = ٠

س = ٠ | س - ٥ = ٠

∴ ص (د) = {٠ ، ٥} ... ②

من ① ، ② ∴ ص (ل) = ص (د)

* دالة النسبة الجبرية *

٤٥

دالة النسبة الجبرية:

إذا كانت مـ، ك دالتين كثيرتي حدود فإن الدالة ن: ح - {صفر} ← ح

ن(س) = م(س) / ك(س) حيث: ص(ك) هي مجموعة أصفار الدالة

تسمى "نسبة جبرية"

مجال دالة النسبة الجبرية = ح - مجموعة أصفار المقام

مجموعة أصفار دالة النسبة الجبرية = مجموعة أصفار البسط - مجموعة أصفار المقام

المجال المشترك لعدة كسور جبرية = ح - أصفار مقامات هذه الكسور

مثال عين مجال كل من دوال الكسور الجبرية المعرفة بالقواعد الآتية

١) ن(س) = (س + ٥) / (س³ - ٨)

الحلول تضع المقام = صفر

س³ - ٨ = ٠

س³ = ٨ بأخذ ∛ للطرفين

س = ٢

∴ ص(المقام) = {٢}

∴ مجال ن = ح - {٢}

٢) ن(س) = (س³ + ٢س + ٢) / (س³ - ٤س² - ١٢س)

س³ - ٤س² - ١٢س = ٠

س(س² - ٤س - ١٢) = ٠

س(س + ٢)(س - ٦) = ٠

س = ٠ ، س = -٢ ، س = ٦

ص(المقام) = {٠، -٢، ٦}

Math

الأستاذ / أحمد عمر

مثال : عين مجال كل من دوال الكسور الجبرية المعرفة بالقوانين الآتية

(٤٣)

$$ن(س) = \frac{س^2 + 1}{3}$$

الحل

ص (المقام) = ∅

∴ المجال = ح − ∅ = ح

$$ن(س) = \frac{س + 1}{س^2 + 1}$$

$س^2 + 1 = 0$

$س^2 = -1$ بأخذ الجذر التربيعي

$س = \pm \sqrt{-1} \notin ح$

∴ المجال = ح − ∅ = ح

مثال : إذا كانت : $ن(س) = \frac{س + 2}{س^2 - 3س + 25}$ ، مجال $ن = ح - \{5\}$

فأوجد قيمة أ : أ ∈ ح

الحل ∵ المجال = ح − {5}

∴ ص (المقام) = 0

∴ $(5)^2 - 5أ + 25 = 0$

$25 - 5أ + 25 = 0$

$50 - 5أ = 0$

$5أ = 50$ ⇐ $أ = 10$ ⇐

مثال : أوجد المجال المشترك لكل مما يأتي :

$ن_1(س) = \frac{2س}{س + 1}$ ، $ن_2(س) = \frac{3}{س^3 - 1}$ ، $ن_3(س) = \frac{س + 3}{س^2 - 3س + 2}$

الحل

$ن_1(س) = \frac{2}{س + 1}$

نضع $س + 1 = 0$ ⇐

∴ $س = -1$

ص$_1$ (المقام) = {−1}

$س^3 - 1 = 0$

$س^3 = 1$

بأخذ ∛ للطرفين

$س = 1$

ص$_2$ (المقام) = {1}

$س^2 - 3س + 2 = 0$

$(س - 1)(س - 2) = 0$

$س - 1 = 0$ ، $س - 2 = 0$

$س = 1$ ، $س = 2$

ص$_3$ (المقام) = {1 ، 2}

∴ المجال المشترك = ح − {−1 ، 1 ، 2}

(٤٣)

* تساوى كسرين جبريين *

يقال لكسرين جبريين د١(س) ، د٢(س) أنهما متساويان
إذا تحقق الشرطان الآتيان معاً

١) مجال د١ = مجال د٢

٢) يتم إختزال د١ ، د٢ إلى نفس الصورة أى د١(س) = د٢(س)
لكل س ∈ المجال المشترك

مثال بين ما إذا كان د١ = د٢ أم لا فى كل مما يلى:

① $د_1(س) = \frac{س^2 + 9س + 14}{س + 7}$ ، $د_2(س) = \frac{س(س+3) + 2(س+3)}{(س+3)}$

الحل

$د_1(س) = \frac{(س+2)(س+7)}{س+7}$

مجال د١ = ح - {-٧}

$د_1(س) = \frac{(س+7)(س+2)}{(س+7)}$

= س + ٢

∴ مجال د١ ≠ مجال د٢

$د_2(س) = \frac{(س+3)(س+2)}{س+3}$

مجال د٢ = ح - {-٣}

$د_2(س) = \frac{(س+3)(س+2)}{س+3}$

د٢(س) = س + ٢

∴ د١ ≠ د٢

المجال المشترك الذى تتساوى عنده الدالتان هو ح - {-٧ ، -٣}

حاول بنفسك:

$د_1(س) = \frac{س^2 - س}{(س-1)^2}$ ، $د_2(س) = \frac{س(س-1)}{س^2 - 2س + 1}$

٤٨

* * العمليات على الدوال الجبرية *

أولاً : جمع الدوال الجبرية وطرحها

مثال : أوجد ن(س) حيث صورة ميناً مجال ن ، حيث

① $ن(س) = \frac{س+٣}{س+٥} + \frac{٦}{س+٣}$

المجال $= ح - \{-٥ ، -٣\}$

② $ن(س) = \frac{س^{٢}+٣س+٤}{س^{٢}+٢س} + \frac{٣٠}{س+٦}$

المجال $= ح - \{-٦ ، -٢ ، ٠\}$

③ $ن(س) = \frac{س+٢}{س+٤} + \frac{س}{س+٢}$

المجال $= ح - \{-٤ ، -٢\}$

④ $ن(س) = \frac{س^{٢}-٣س}{٤-س^{٢}} + \frac{٢س+٤}{س^{٢}+٥س+٦}$

المجال $= ح - \{-٦ ، -٣ ، -٢ ، ٢\}$

⑤ $ن(س) = \frac{س}{س+٢} + \frac{٢}{س+٢}$

Math
الأستاذ / أحمد عمر

٤٩

$$ن(س) = \frac{٣}{١+س} + \frac{٢س+١}{١-س^٢}$$

$$ن(س) = \frac{٣}{١+س} - \frac{٢س+١}{س^٢-١}$$

لا وجود لـ ن

$$١-س^٢ = -(س^٢-١)$$

$$= \frac{٣}{١+س} - \frac{٢س+١}{(س-١)(س+١)}$$

المجال = ح − {−١ ، ١}

$$ن(س) = \frac{٣(س-١) - (٢س+١)}{(س-١)(س+١)} = \frac{٣س-٣-٢س-١}{(س-١)(س+١)}$$

$$= \frac{س-٤}{(س-١)(س+١)}$$

$$ن(س) = \frac{س^٢-٤}{س^٢+٣س+٢} - \frac{س-٢س}{س^٢-س-٢}$$ ثم أوجد ن(١) إن أمكن

$$ن(س) = \frac{(س-٢)(س+٢)}{(س+١)(س+٢)} - \frac{س(س-٢)}{(س+١)(س-٢)}$$

المجال = ح − {−١ ، ٢}

$$ن(س) = \frac{س}{س+١} - \frac{س-٢}{س+١}$$

$$= \frac{س-س+٢}{س+١} = \frac{٢}{س+١}$$

$$ن(١) = \frac{٢}{١+١} = \frac{٢}{٢} = ١$$

(٥٠)

ثانياً: ضرب وقسمة الكسور الجبرية:

مثال: إذا كان

$$ن(س) = \frac{س^2 + س - 1}{س^2 - 9} \times \frac{س^2 - 2س + 3}{س^3 - 1}$$

أوجد ن(س) في أبسط صورة موضحاً المجال.

الحل

$$ن(س) = \frac{(س+3)(س-1)}{(س-3)(س^2+س+1)} \times \frac{س^2 + س + 1}{(س-1)(س+3)}$$

المجال = ح - {3، -3، 1}

$$ن(س) = \frac{1}{س+3}$$

أوجد ن(س) في أبسط صورة محدداً مجالها

حيث $ن(س) = \frac{س^2 - 9}{س^2 + 3س} \times \frac{س}{س^2 - 9س + 18}$

الحل

$$ن(س) = \frac{(س-3)(س+3)}{س(س+3)} \times \frac{س}{(س-3)(س-6)}$$

المجال = ح - {0، -3، 3، 6}

$$ن(س) = \frac{1}{س-6}$$

$$ن(س) = \frac{س^2 + 5س}{س^2 + س - 6} \times \frac{س^2 - 7س + 10}{س^2 - 25}$$

الحل

$$ن(س) = \frac{س(س+5)}{(س-2)(س+3)} \times \frac{(س-2)(س-5)}{(س-5)(س+5)}$$

المجال = ح - {5، -5، -3، 0}

$$ن(س) = \frac{س}{س+3}$$

01

* المقلوب الضربي للكسر الجبري *

مثال إذا كان $ن(س) = \frac{س-٢}{س-٤}$ فأوجد : $ن^{-١}(س)$ مجالاً

الحل

$ن^{-١}(س) = \frac{س-٤}{س-٢}$ ، مجال $ن^{-١} = ح - \{٤، ٢\}$

ح - { صفار المقام والبسط }

مثال أوجد $ن^{-١}(س)$ مجدداً المجال ثم أوجد $ن^{-١}(٤)$ ، $ن^{-١}(٠)$ إن أمكن

حيث $ن(س) = \frac{٢س^{٢} + ٤س}{س^{٢} - س - ٦}$

الحل $ن^{-١}(س) = \frac{س^{٢} - س - ٦}{٢س^{٢} + ٤س} = \frac{(س+٢)(س-٣)}{٢س(س+٢)} = \frac{س-٣}{٢س}$

مجال $ن^{-١} = ح - \{٠، ٦٣٥\}$

$ن^{-١}(٤) = \frac{٤-٣}{٤ \times ٢} = \frac{١}{٨}$

$ن^{-١}(٠)$ غير معرف لأن صفر ∉ مجال $ن^{-١}$

إذا كان $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٢س}{(س-٢)(س^{٢}+٢)}$

أوجد $ن^{-١}(س)$ وعين مجال $ن^{-١}(س)$ ② إذا كان $ن^{-١}(س) = ٣$ أوجد س

الحل

① $ن^{-١}(س) = \frac{(س-٢)(س^{٢}+٢)}{س(س-٢)} = \frac{س^{٢}+٢}{س}$

مجال $ن^{-١} = ح - \{٠، ٢\}$

② $\frac{س^{٢}+٢}{س} = ٣ \Leftarrow س^{٢}+٢ = ٣س$

$\therefore س^{٢} - ٣س + ٢ = ٠$

$(س-٢)(س-١) = ٠$

$\therefore س = ٢$ مرفوض ، $س = ١$

٢٥

أوجد $ن(س)$ مع أبسط صورة موضحاً المجال لكل

$$ن(س) = \frac{١}{س^٢ - ٤} \div \frac{س^٣ + ٦س + ٩}{س^٢ + س - ٦}$$

$$ن(س) = \frac{١}{س^٢ - ٤} \times \frac{س^٢ + س - ٦}{س^٣ + ٦س + ٩}$$

$$= \frac{١}{(س+٢)(س-٢)} \times \frac{(س+٣)(س-٢)}{(س+٣)(س+٣)}$$

$$= \frac{١}{(س+٢)(س+٣)}$$

المجال $= ح - \{-٢، -٣\}$

إذا كانت $ن(س) = \frac{س^٢ + ١ + س}{س^٢ - ٩} \div \frac{س^٣ - ١}{س^٢ - ٤س + ٣}$

فأوجد $ن(س)$ مع أبسط صورة موضحاً المجال

$$ن(س) = \frac{س^٢ + ١ + س}{(س-٣)(س+٣)} \times \frac{(س-١)(س-٣)}{(س-١)(س^٢ + س + ١)}$$

المجال $= ح - \{٣، -٣، ١\}$

$$ن(س) = \frac{١}{س+٣}$$

الأستاذ / أحمد عمر

إذا كان p ، q حادثين من فضاء العينة Ω فإن

① $ل(p \cup q) = ل(p) + ل(q) - ل(p \cap q)$

② $ل(p \cap q) = ل(p) + ل(q) - ل(p \cup q)$

③ $ل(p - q) = ل(p) - ل(p \cap q)$

④ $ل(p - q) = ل(p \cup q) - ل(q)$

⑤ $ل(p') = 1 - ل(p)$

⑥ $ل(\Omega') = 1 - ل(\Omega) = 0$

⑦ $ل(p) = ل(p \cap q) + ل(p \cap q') \rightarrow ل(p) = ل(p \cup q) + ل(p \cap q) - ل(q)$
$\leftarrow ل(p) = 1 - ل(p')$

⑧ إذا كان $p \subset q$ فإن
$ل(p \cap q) = ل(p)$ ، $ل(p \cup q) = ل(q)$

⑨ إذا كان p ، q حادثين متنافيين فإن:
$p \cap q = \emptyset$ ، $ل(p \cap q) =$ صفر

⑩ حدث وقوع p أو q أو كلاهما على الأقل $\leftarrow p \cup q$

⑪ حدث وقوع p و q معاً $\leftarrow p \cap q$

⑫ عدم وقوع p $\leftarrow p'$

⑬ حدث وقوع p وعدم وقوع q $\leftarrow p - q$

⑭ حدث وقوع p فقط $\leftarrow p - q$

⑮ حدث وقوع أحد الحادثين دون وقوع الآخر $\leftarrow (p - q) \cup (q - p)$

⑯ $ل(p \cup q) = ل(p - q) + ل(q - p) + ل(p \cap q)$
$ل(p \cap q) = ل(p) + ل(q) - ل(p \cup q)$

⑰ عدم وقوع أياً من الحادثين $(p \cup q)'$
$ل(p \cup q)' = 1 - ل(p \cup q)$

⑱ عدم وقوع الحادثين معاً $(p \cap q)'$
$ل(p \cap q)' = 1 - ل(p \cap q) \leftarrow ل(p \cap q) = ل(p) + ل(q) - ل(p \cup q)$

إذا كانت p احتمالية هندسية من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان
ل(p) = ٠,٨ ، ل(ب) = ٠,٦ ، ل(p ∩ ب) = ٠,٤ أوجد
أولاً: احتمال عدم وقوع الحدث p
ثانياً: إحتمال وقوع أحد الحوادث دون وقوع الآخر
الحل
أولاً: ل(p̄) = ١ − ل(p) = ١ − ٠,٨ = ٠,٢

ثانياً: ل(p − ب) + ل(ب − p) = ل(p ∪ ب) − ل(p ∩ ب)
= ل(p) + ل(ب) − ٢ل(p ∩ ب)
= ٠,٨ + ٠,٦ − ٢ × ٠,٤ = ٠,٦

كيس به ١٥ كرة متماثلة مرقمة من ١ الى ١٥ سحبت منه كرة عشوائياً إذا كان الحدث p هو الحصول على عدد فردي ما احتمال الحصول على عدد أولي أوجد ل(p) ، ل(ب) ، ل(p − ب)
الحل
ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥} ⇐ ن(ف) = ١٥
p = {١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ١٣، ١٥}
ل(p) = ن(p) / ن(ف) = ٨/١٥

ب = {٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣}
ل(ب) = ن(ب) / ن(ف) = ٦/١٥ = ٢/٥

p ∪ ب = {١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ١٣} ⇐ ل(p ∪ ب) = ١٠/١٥ = ٢/٣
ل(p − ب) = ل(p) − ل(p ∩ ب) = ٨/١٥ − ٢/٣ = ١/٥

٥٥

فصل دراسي به ٤٠ تلميذ منهم ١١ تلميذ يقرأون جريدة الأخبار
١٥ تلميذ يقرأون جريدة الأهرام، ٨ تلاميذ يقرأون الجريدتين معاً
فإذا اختير تلميذ عشوائياً أوجد إحتمال أن يكون التلميذ
① يقرأ جريدة الأخبار ② لا يقرأ جريدة الأخبار
③ يقرأ الجريدتين معاً ④ يقرأ جريدة الأخبار فقط
⑤ يقرأ جريدة الأهرام فقط ⑥ يقرأ جريدة الأخبار فقط أو الأهرام فقط

الحل

نفرض أن P هو حدث أن يكون الطالب يقرأ جريدة الأخبار
β هو حدث أن يكون الطالب يقرأ جريدة الأهرام

① $ل(P) = \frac{١٨}{٤٠} = \frac{٩}{٢٠}$

② $ل(P') = ١ - ل(P) = ١ - \frac{٩}{٢٠} = \frac{١١}{٢٠}$

③ $ل(P \cap \beta) = \frac{٨}{٤٠} = \frac{١}{٥}$

④ $ل(P - \beta) = ل(P) - ل(P \cap \beta) = \frac{٩}{٢٠} - \frac{١}{٥} = \frac{٥}{٢٠} = \frac{١}{٤}$

⑤ $ل(\beta - P) = ل(\beta) - ل(P \cap \beta) = \frac{١٥}{٤٠} - \frac{١}{٥} = \frac{٧}{٤٠}$

⑥ $ل(P - \beta) + ل(\beta - P) = \frac{٩}{٢٠} + \frac{٧}{٤٠} = \frac{١٧}{٤٠}$

وإذا كان P، β حدثين مستقلين لتجربة عشوائية ما وكان
$ل(P) = ٠,٦$، $ل(\beta) = ٠,٤$، $ل(P \cap \beta) = ٠,٢$ فأوجد
① $ل(P')$ ② $ل(P \cap \beta)$ ③ $ل(P - \beta)$

الحل

① $ل(P') = ١ - ل(P) = ١ - ٠,٦ = ٠,٤$

② $ل(P \cup \beta) = ل(P) + ل(\beta) - ل(P \cap \beta)$
$= ٠,٦ + ٠,٤ - ٠,٢ = ٠,٨$

③ $ل(P - \beta) = ل(P) - ل(P \cap \beta) = ٠,٦ - ٠,٢ = ٠,٤$

أ/ أحمد عمر

سلسلة

كنزي

أحمد عمر

kanzi-eg.blogspot.com

Ahmedomar3782

تصميم

Mohamed Abdelnaby

01096085502